



Programa de los  
Años Intermedios

# Guía de Matemáticas

Para uso a partir de septiembre de 2014 o enero de 2015



International Baccalaureate®  
Baccalauréat International  
Bachillerato Internacional



# Guía de Matemáticas

Para uso a partir de septiembre de 2014 o enero de 2015



## **Programa de los Años Intermedios**

### **Guía de Matemáticas**

Versión en español del documento publicado en mayo de 2014 con el título  
*Mathematics guide*

Publicada en mayo de 2014

Publicada en nombre de la Organización del Bachillerato Internacional, una fundación educativa sin fines de lucro con sede en 15 Route des Morillons, 1218 Le Grand-Saconnex, Ginebra (Suiza), por

International Baccalaureate Organization Ltd (Reino Unido)  
Peterson House, Malthouse Avenue, Cardiff Gate  
Cardiff, Wales CF23 8GL  
Reino Unido  
Sitio web: [www.ibo.org](http://www.ibo.org)

© Organización del Bachillerato Internacional, 2014

La Organización del Bachillerato Internacional (conocida como IB) ofrece cuatro programas educativos exigentes y de calidad a una comunidad de colegios en todo el mundo, con el propósito de crear un mundo mejor y más pacífico. Esta publicación forma parte de una gama de materiales producidos con el fin de apoyar dichos programas.

El IB puede utilizar diversas fuentes en su trabajo y comprueba la información para verificar su exactitud y autoría original, en especial al hacer uso de fuentes de conocimiento comunitario, como Wikipedia. El IB respeta la propiedad intelectual, y hace denodados esfuerzos por identificar y obtener la debida autorización de los titulares de los derechos antes de la publicación de todo material protegido por derechos de autor utilizado. El IB agradece la autorización recibida para utilizar el material incluido en esta publicación y enmendará cualquier error u omisión lo antes posible.

El uso del género masculino en esta publicación no tiene un propósito discriminatorio y se justifica únicamente como medio para hacer el texto más fluido. Se pretende que el español utilizado sea comprensible para todos los hablantes de esta lengua y no refleje una variante particular o regional de la misma.

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede reproducirse, almacenarse o distribuirse de forma total o parcial, en manera alguna ni por ningún medio, sin la previa autorización por escrito del IB, sin perjuicio de lo estipulado expresamente por la ley o por la política y normativa de uso de la propiedad intelectual del IB. Véase la página <http://www.ibo.org/es/copyright> del sitio web público del IB para más información.

Los artículos promocionales y las publicaciones del IB pueden adquirirse en la tienda virtual del IB, disponible en <http://store.ibo.org>.

Correo-e: [sales@ibo.org](mailto:sales@ibo.org)

Publicada gracias a una generosa donación de los colegios Sinarmas World Academy y  
Jakarta World Academy (Indonesia)



## Declaración de principios del IB

El Bachillerato Internacional tiene como meta formar jóvenes solidarios, informados y ávidos de conocimiento, capaces de contribuir a crear un mundo mejor y más pacífico, en el marco del entendimiento mutuo y el respeto intercultural.

En pos de este objetivo, la organización colabora con establecimientos escolares, gobiernos y organizaciones internacionales para crear y desarrollar programas de educación internacional exigentes y métodos de evaluación rigurosos.

Estos programas alientan a estudiantes del mundo entero a adoptar una actitud activa de aprendizaje durante toda su vida, a ser compasivos y a entender que otras personas, con sus diferencias, también pueden estar en lo cierto.



# Perfil de la comunidad de aprendizaje del IB

El objetivo fundamental de los programas del Bachillerato Internacional (IB) es formar personas con mentalidad internacional que, conscientes de la condición que las une como seres humanos y de la responsabilidad que comparten de velar por el planeta, contribuyan a crear un mundo mejor y más pacífico.

Como miembros de la comunidad de aprendizaje del IB, nos esforzamos por ser:

## INDAGADORES

Cultivamos nuestra curiosidad, a la vez que desarrollamos habilidades para la indagación y la investigación. Sabemos cómo aprender de manera autónoma y junto con otros. Aprendemos con entusiasmo y mantenemos estas ansias de aprender durante toda la vida.

## INFORMADOS E INSTRUIDOS

Desarrollamos y usamos nuestra comprensión conceptual mediante la exploración del conocimiento en una variedad de disciplinas. Nos comprometemos con ideas y cuestiones de importancia local y mundial.

## PENSADORES

Utilizamos habilidades de pensamiento crítico y creativo para analizar y proceder de manera responsable ante problemas complejos. Actuamos por propia iniciativa al tomar decisiones razonadas y éticas.

## BUENOS COMUNICADORES

Nos expresamos con confianza y creatividad en diversas lenguas, lenguajes y maneras. Colaboramos eficazmente, escuchando atentamente las perspectivas de otras personas y grupos.

## ÍNTEGROS

Actuamos con integridad y honradez, con un profundo sentido de la equidad, la justicia y el respeto por la dignidad y los derechos de las personas en todo el mundo. Asumimos la responsabilidad de nuestros propios actos y sus consecuencias.

## DE MENTALIDAD ABIERTA

Desarrollamos una apreciación crítica de nuestras propias culturas e historias personales, así como de los valores y tradiciones de los demás. Buscamos y consideramos distintos puntos de vista y estamos dispuestos a aprender de la experiencia.

## SOLIDARIOS

Mostramos empatía, sensibilidad y respeto. Nos comprometemos a ayudar a los demás y actuamos con el propósito de influir positivamente en la vida de las personas y el mundo que nos rodea.

## AUDACES

Abordamos la incertidumbre con previsión y determinación. Trabajamos de manera autónoma y colaborativa para explorar nuevas ideas y estrategias innovadoras. Mostramos ingenio y resiliencia cuando enfrentamos cambios y desafíos.

## EQUILIBRADOS

Entendemos la importancia del equilibrio físico, mental y emocional para lograr el bienestar propio y el de los demás. Reconocemos nuestra interdependencia con respecto a otras personas y al mundo en que vivimos.

## REFLEXIVOS

Evaluamos detenidamente el mundo y nuestras propias ideas y experiencias. Nos esforzamos por comprender nuestras fortalezas y debilidades para, de este modo, contribuir a nuestro aprendizaje y desarrollo personal.

El perfil de la comunidad de aprendizaje engloba diez atributos valorados por los Colegios del Mundo del IB. Estamos convencidos de que estos atributos, y otros similares, pueden ayudar a personas y grupos a ser miembros responsables de las comunidades locales, nacionales y mundiales.





# Índice

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
Propósito de esta guía	1
<b>Matemáticas en el PAI</b>	<b>2</b>
Modelo del programa	2
Naturaleza de Matemáticas	4
Matemáticas en el continuo de programas del IB	5
Objetivos generales	7
Objetivos específicos	8
Planificación de la progresión del aprendizaje	11
Aprendizaje interdisciplinario	13
Proyectos del PAI	14
<b>El currículo escrito y enseñado</b>	<b>15</b>
Requisitos	15
Planificación del currículo de Matemáticas	17
Enseñanza y aprendizaje a través de la indagación	20
Marco general de Matemáticas	26
Orientación específica	33
<b>El currículo evaluado</b>	<b>36</b>
Correspondencia entre los objetivos específicos y los criterios de evaluación	36
Resumen de los criterios de evaluación	37
Criterios de evaluación de Matemáticas: primer año	38
Criterios de evaluación de Matemáticas: tercer año	43
Criterios de evaluación de Matemáticas: quinto año	48
Evaluación electrónica	53
<b>Apéndices</b>	<b>54</b>
Conceptos relacionados de Matemáticas	54
Glosario de Matemáticas	55
Términos de instrucción del PAI en Matemáticas	57
Lecturas seleccionadas	58



## Propósito de esta guía

Esta guía se utilizará a partir de septiembre de 2014 o enero de 2015, dependiendo del comienzo del año académico en cada colegio.

Este documento proporciona el marco para la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas en el Programa de los Años Intermedios (PAI), y debe leerse y utilizarse junto con la publicación *El Programa de los Años Intermedios: de los principios a la práctica* (mayo de 2014), que incluye:

- Información general acerca del programa
- El planificador de unidades del PAI, así como orientación para el desarrollo del currículo en todos los grupos de asignaturas
- Información detallada sobre Enfoques del Aprendizaje
- Asesoramiento para facilitar el acceso y la inclusión de todos los alumnos (incluidas adaptaciones para alumnos con necesidades de apoyo para el aprendizaje)
- Una declaración sobre la probidad académica

En las guías de las asignaturas del PAI, los requisitos aparecen en cuadros de texto como este.

## Otros recursos

En el Centro pedagógico en línea (<http://occ.ibo.org>) hay disponibles materiales de ayuda al profesor. El material de ayuda al profesor de Matemáticas ofrece orientación para desarrollar el currículo escrito, enseñado y evaluado, y proporciona ejemplos de buenas prácticas que incluyen descripciones del curso, tareas de evaluación y esquemas de calificación, así como trabajos de los alumnos con comentarios del profesor.

Mediante un proceso opcional de evaluación moderada externamente es posible obtener el **documento de resultados del PAI del IB** para los cursos de Matemáticas, y estos resultados pueden contribuir a la obtención de un **certificado del PAI del IB**. Para más información, véase la publicación anual *Manual de procedimientos del Programa de los Años Intermedios*.

En la tienda virtual del IB (<http://store.ibo.org>) hay disponible una amplia gama de publicaciones para el PAI.

## Agradecimientos

El IB agradece las generosas contribuciones de los Colegios del Mundo del IB y de la comunidad global de educadores que colaboran en el desarrollo del Programa de los Años Intermedios (PAI).

## Modelo del programa



**Figura 1**

*Modelo del Programa de los Años Intermedios*

El PAI, destinado a alumnos de 11 a 16 años, proporciona un marco para el aprendizaje que anima a los alumnos a convertirse en pensadores creativos, críticos y reflexivos. El PAI hace hincapié en el desafío intelectual, y los estimula a establecer conexiones entre las disciplinas tradicionales que estudian y el mundo real. Fomenta el desarrollo de habilidades comunicativas, el entendimiento intercultural y el compromiso global, cualidades esenciales para los jóvenes que serán futuros líderes globales.

El PAI es lo suficientemente flexible como para dar cabida a los requisitos de la mayoría de los currículos nacionales o locales. Se apoya en los conocimientos, habilidades y actitudes desarrollados en el Programa de

la Escuela Primaria (PEP) del IB y prepara a los alumnos para afrontar los desafíos académicos del Programa del Diploma (PD) del IB y del Certificado de Estudios con Orientación Profesional del IB (COPIB).

El PAI:

- Aborda de manera holística el **bienestar** intelectual, social, emocional y físico de los alumnos
- Brinda a los alumnos oportunidades de desarrollar los **conocimientos, actitudes y habilidades** que necesitan para manejar situaciones complejas y actuar de modo responsable en el futuro
- Garantiza la amplitud y profundidad de la comprensión mediante el estudio de **ocho grupos de asignaturas**
- Requiere que los alumnos estudien al menos **dos lenguas** para fomentar su comprensión de sus propias culturas y las de otras personas
- Capacita a los alumnos para participar activamente en el **servicio a la comunidad**
- Contribuye a preparar a los alumnos para la **educación superior**, el **mundo laboral** y para **continuar aprendiendo durante toda la vida**

## Naturaleza de Matemáticas

El olvido de las matemáticas perjudica a todo el conocimiento, ya que el que las ignora no puede conocer las otras ciencias ni las cosas de este mundo.

Roger Bacon (1214-1294)

El estudio de las matemáticas es fundamental para una educación equilibrada. Estas fomentan un lenguaje universal que ofrece enormes posibilidades, y estimulan las habilidades de razonamiento analítico y resolución de problemas que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico, abstracto y crítico. Las matemáticas nos ayudan a entender el mundo y nos permiten describir fenómenos con términos precisos. Asimismo, fomentan el análisis cuidadoso y la búsqueda de patrones y relaciones, habilidades necesarias para tener éxito tanto dentro como fuera del aula. Por lo tanto, las matemáticas deben estar al alcance de todos los alumnos y todos los alumnos deben estudiarlas.

Sin embargo, el estudio de matemáticas supone mucho más que aprender fórmulas o reglas. Los alumnos no deben tener la impresión de que en matemáticas todas las respuestas pueden encontrarse en los libros, sino que deben participar activamente en la búsqueda de conceptos y relaciones. Así, las matemáticas se convierten en una disciplina viva, con la emoción de la exploración y la recompensa del descubrimiento. Al mismo tiempo, los nuevos conocimientos adquiridos pueden aplicarse a otras situaciones, lo que abre aún más puertas a los alumnos. Matemáticas del PAI promueve tanto la indagación como la aplicación, y ayuda a los alumnos a desarrollar técnicas de resolución de problemas que van más allá de la disciplina y son de utilidad fuera del aula.

El programa de Matemáticas del PAI debe adaptarse a las necesidades de los alumnos, tratando de despertar su curiosidad y motivándolos a querer aprender sus principios. Se les deben mostrar ejemplos reales que ilustren la utilidad de las matemáticas y su pertinencia en la vida de los alumnos, y se les debe animar a aplicarlas a nuevas situaciones. Las matemáticas constituyen la base para el estudio de las ciencias, la ingeniería y la tecnología, y están también muy presentes en las artes. Asimismo, son cada vez más importantes en la economía, las ciencias sociales y la estructura del lenguaje. En el PAI, se anima a los alumnos a utilizar herramientas informáticas para representar información, explorar situaciones, crear modelos de estas y hallar soluciones a diversos problemas, habilidades que les serán de utilidad en una gran variedad de ámbitos. El curso de Matemáticas del PAI tiene como objetivo proporcionar a todos los alumnos los conocimientos, la comprensión y las habilidades intelectuales necesarias para realizar cursos posteriores en esta disciplina, así como preparar a aquellos alumnos que utilizarán las matemáticas en sus estudios, en su trabajo y en la vida en general.

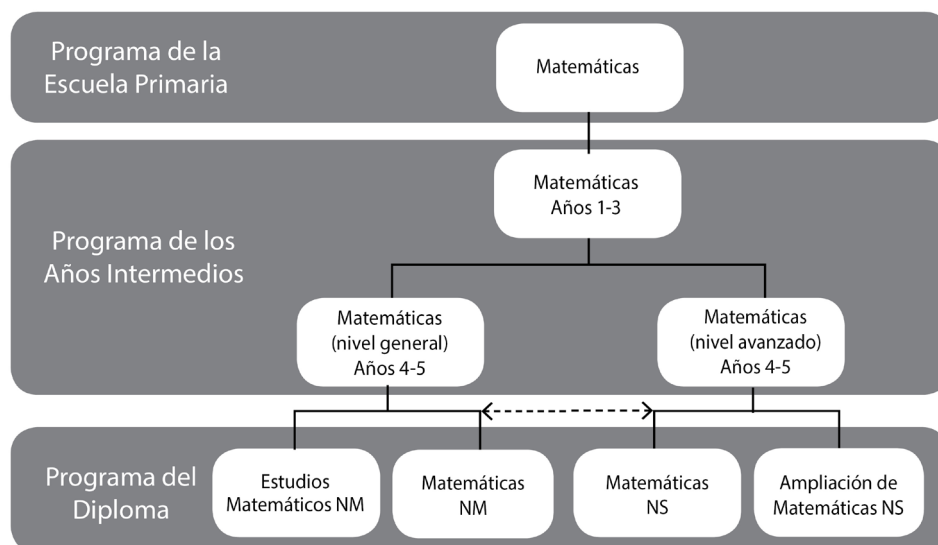
## Matemáticas en el continuo los programas del IB

El continuo de programas de educación internacional del IB ofrece una progresión del aprendizaje a los alumnos de 3 a 19 años. En el Programa de la Escuela Primaria (PEP) del IB, las matemáticas se consideran principalmente una herramienta que sirve de apoyo a la indagación y ofrece un lenguaje universal mediante el cual podemos comprender el mundo que nos rodea. El objetivo es que los alumnos aprendan a emplear este lenguaje de manera competente y empiecen a usarlo como un modo de pensar, en lugar de percibir las matemáticas como una serie de datos y ecuaciones que deben memorizar. También se reconoce que los alumnos pueden apreciar la fascinación intrínseca de las matemáticas y explorar el mundo a través de sus propias maneras de percibir. Del mismo modo que los alumnos se describen a sí mismos como “autores” o “artistas”, el programa de matemáticas del colegio también debe brindarles oportunidades para que puedan verse a sí mismos como “matemáticos”, disfrutando con entusiasmo de la exploración y el aprendizaje de la asignatura. Matemáticas del PAI parte de los aprendizajes y experiencias que los alumnos han adquirido en el PEP y en otros programas de educación primaria centrados en el alumno. No existen requisitos formales en cuanto a conocimientos previos.

Tanto en el PEP como en el PAI, es importante que los alumnos adquieran conocimientos matemáticos mediante la construcción de sus propios significados, aplicando niveles de abstracción cada vez mayores y comenzando con la exploración de sus experiencias, comprensión y conocimientos personales. Además, dada la filosofía de ambos programas y teniendo en cuenta que las matemáticas han de usarse en la vida real, es fundamental que la enseñanza no se limite a transmitir un conjunto fijo de conocimientos, sino que tenga lugar en contextos pertinentes y realistas. En ambos programas, se valoran las matemáticas no solo por su belleza, sino también por lo útiles que resultan para ayudarnos a comprender cómo funciona el mundo y porque nos proporcionan una manera única de comunicarnos. Las matemáticas constituyen una herramienta esencial para la indagación, tanto transdisciplinaria como interdisciplinaria. Las experiencias de enseñanza y aprendizaje en el PEP y el PAI estimulan a los alumnos a ser curiosos, hacer preguntas, explorar e interactuar con el entorno física, social e intelectualmente. Al participar en este proceso, los alumnos aprenden a construir significado en relación con los conceptos matemáticos, transferir este significado a símbolos y aplicar la comprensión matemática en situaciones tanto conocidas como desconocidas.

Los cursos de Matemáticas del PAI preparan particularmente a los alumnos para los cursos del Grupo 5 del Programa del Diploma (PD) del IB. A medida que los alumnos progresan en el PAI y pasan al PD o al COPIB, se refuerza la importancia de la comprensión, ya que van desarrollando una base sólida de conocimientos matemáticos que les permitirán estudiar una amplia variedad de temas. Asimismo, durante este proceso tratan de comunicar sus ideas de maneras que resulten comprensibles a otras personas. Los objetivos específicos y los criterios de evaluación de Matemáticas del PAI se han desarrollado con los requisitos de la evaluación interna y externa del PD en mente. El uso de la tecnología, que es obligatorio en las asignaturas de matemáticas del PD, también es importante en el PAI como herramienta para el aprendizaje, la aplicación y la comunicación de las matemáticas. En el PAI, los alumnos pueden elegir cursar matemáticas de nivel general o nivel avanzado. En el PD, existen cuatro asignaturas de matemáticas: Estudios Matemáticos Nivel Medio (NM), Matemáticas NM, Matemáticas Nivel Superior (NS) y Ampliación de Matemáticas NS. Por lo general, los alumnos que eligen el nivel avanzado de Matemáticas del PAI cursan después una de las asignaturas de NS en el PD. Los alumnos que elijan el nivel general de Matemáticas del PAI deberán solicitar a sus profesores que los asesoren sobre qué curso de matemáticas estudiar en el PD.

La figura siguiente muestra las áreas disciplinarias del continuo de programas del IB que conducen a los cursos del Grupo 5 del PD.



**Figura 2**

*Áreas disciplinarias que conducen a las asignaturas de Estudios Matemáticos NM, Matemáticas NM, Matemáticas NS y Ampliación de Matemáticas NS del Programa del Diploma*

Independientemente de las opciones que haya a disposición de los alumnos, los profesores pueden emplear, entre otras, las siguientes estrategias generales para facilitar la transición de los cursos de matemáticas del PAI a los del PD:

- Organizar sesiones de planificación vertical de Matemáticas entre el PAI y el PD
- Desarrollar la comprensión y el uso coherente de un conjunto común de términos, notación y fórmulas clave que sean aplicables a todos los programas
- Preparar a los alumnos para que, en todos los cursos de matemáticas, desarrollen estrategias eficaces para los exámenes externos y el aprendizaje basado en la indagación
- Dar a los alumnos la oportunidad de enfrentarse a problemas que comprendan varias áreas de matemáticas
- Dar a los alumnos la oportunidad de resolver problemas empleando conceptos matemáticos en situaciones desconocidas

Los conocimientos, habilidades y actitudes que los alumnos desarrollan en los cursos de Matemáticas les aportan unas bases útiles para futuros estudios y contribuyen a prepararlos para futuras carreras profesionales, por ejemplo, en el ámbito de la investigación sobre el clima, como actuarios de seguros, en la elaboración de políticas públicas, la ingeniería, el análisis financiero y el desarrollo económico, la investigación y el análisis, el desarrollo de software, la bioestadística y la epidemiología, el derecho o la medicina.



## Objetivos generales

Los objetivos generales de todas las asignaturas del PAI formulan lo que se espera que el profesor enseñe durante el curso y lo que el alumno podrá experimentar o aprender en las clases. Además, sugieren las formas en que la experiencia de aprendizaje puede transformar al alumno.

Los objetivos generales de Matemáticas del PAI son fomentar y facilitar que los alumnos:

- Disfruten de las matemáticas, desarrollen su curiosidad por estas y comiencen a apreciar su elegancia y las posibilidades que ofrecen
- Desarrollen una comprensión de los principios y la naturaleza de las matemáticas
- Se comuniquen con claridad y confianza en diversos contextos
- Desarrollen el pensamiento lógico, crítico y creativo
- Adquieran confianza en sí mismos y sean perseverantes y autónomos al pensar y resolver problemas en un contexto matemático
- Desarrollen sus capacidades de generalización y abstracción
- Apliquen y transfieran habilidades a una amplia variedad de situaciones de la vida real, a otras áreas del conocimiento y a avances futuros
- Aprecien cómo los avances tecnológicos han influido en los avances en matemáticas, y viceversa
- Aprecien las implicaciones morales, sociales y éticas del trabajo de los matemáticos y las aplicaciones de las matemáticas
- Aprecien la dimensión internacional de las matemáticas, reconociendo su universalidad y sus perspectivas multiculturales e históricas
- Valoren la contribución de las matemáticas a otras áreas del conocimiento
- Desarrollen los conocimientos, las habilidades y las actitudes necesarias para continuar estudiando matemáticas
- Desarrollen la capacidad de reflexionar de manera crítica sobre su propio trabajo y el de los demás

## Objetivos específicos

Los objetivos específicos de todos los grupos de asignaturas del PAI formulan los fines concretos que se persiguen con el aprendizaje de la asignatura. Establecen lo que el alumno será capaz de hacer como resultado de haber estudiado la asignatura.

Los objetivos específicos de Matemáticas del PAI engloban las dimensiones fáctica, conceptual, procedimental y metacognitiva del conocimiento.

Cada objetivo específico consta de varios **aspectos** o indicadores de las expectativas de aprendizaje.

Los grupos de asignaturas **deben** abordar **todos** los aspectos de **todos** los objetivos específicos **al menos dos veces** en cada año del PAI.

Esta guía incluye los objetivos específicos del primer, tercer y quinto año del programa, cuyo uso es obligatorio.

Estos objetivos específicos están directamente relacionados con los criterios de evaluación que figuran en la sección “El currículo evaluado” de esta guía.

En conjunto, los objetivos específicos reflejan los conocimientos, las habilidades y las actitudes que los alumnos necesitan para usar las matemáticas en una variedad de contextos (incluidas situaciones de la vida real), realizar investigaciones y comunicar las matemáticas con claridad.

### A. Conocimiento y comprensión

El conocimiento y la comprensión son fundamentales en el estudio de matemáticas y constituyen el punto de partida para explorar conceptos y desarrollar habilidades. Con este objetivo específico se evalúa la medida en que son capaces de seleccionar y aplicar las matemáticas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas en una variedad de contextos.

Este objetivo requiere que los alumnos demuestren conocimiento y comprensión de los conceptos y las habilidades de las cuatro ramas del marco general (números y operaciones, álgebra, geometría y trigonometría, y estadística y probabilidad).

Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:

- i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas
- ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas
- iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos

## B. Investigación de patrones

La investigación de patrones permite a los alumnos experimentar el placer y la satisfacción del descubrimiento matemático. El trabajo mediante la investigación los anima a ser audaces, indagadores y pensadores críticos. La capacidad de indagar es de gran valor en el PAI y contribuye a formar personas que continúan aprendiendo durante toda la vida.

Una tarea se considera demasiado guiada si no permite a los alumnos seleccionar una técnica de resolución de problemas; en tales casos, los alumnos del primer y segundo año podrán alcanzar como máximo el nivel de logro 6, y los alumnos del tercer año en adelante alcanzarán como máximo el nivel de logro 4. No obstante, los profesores deben proporcionar suficientes instrucciones para que todos los alumnos puedan iniciar la investigación.

Del tercer año en adelante, los alumnos que describan una regla general de acuerdo con hallazgos incorrectos podrán alcanzar como máximo el nivel de logro 6, siempre y cuando esta regla posea un nivel de complejidad equivalente.

Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:

- i. Seleccionar y aplicar técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir patrones complejos
- ii. Describir patrones como reglas generales coherentes con los hallazgos
- iii. Demostrar, o verificar y justificar, reglas generales

## C. Comunicación

Las matemáticas constituyen un lenguaje universal que ofrece enormes posibilidades. Se espera que los alumnos utilicen lenguaje matemático apropiado y diferentes formas de representación al comunicar las ideas, los razonamientos y los hallazgos, tanto de forma oral como escrita.

Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:

- i. Usar lenguaje matemático apropiado (notación, símbolos y terminología) en explicaciones tanto orales como escritas
- ii. Usar formas de representación matemática apropiadas para presentar información
- iii. Cambiar de unas formas de representación matemática a otras
- iv. Comunicar líneas de razonamiento matemático completas, coherentes y concisas
- v. Organizar información empleando una estructura lógica

## D. Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real

Matemáticas del PAI anima a los alumnos a percibir las matemáticas como una herramienta para resolver problemas en contextos reales. Se espera que los alumnos transfieran conocimientos matemáticos teóricos a situaciones de la vida real y apliquen estrategias apropiadas de resolución de problemas, extraigan conclusiones válidas y reflexionen sobre sus resultados.

Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:

- i. Identificar elementos pertinentes de situaciones de la vida real
- ii. Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para resolver situaciones de la vida real
- iii. Aplicar debidamente las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una solución
- iv. Justificar el grado de precisión de una solución
- v. Justificar si una solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real

## Planificación de la progresión del aprendizaje

En Matemáticas del PAI, la complejidad de las matemáticas va en aumento a lo largo del programa. Por este motivo, los objetivos específicos que se presentan a continuación para el primer, tercer y quinto año son muy similares, pero la complejidad de las matemáticas objeto de evaluación se va incrementando.

<b>Primer año</b> Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:	<b>Tercer año</b> Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:	<b>Quinto año</b> Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:
<b>Objetivo específico A: Conocimiento y comprensión</b>		
i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos	i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos	i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos
<b>Objetivo específico B: Investigación de patrones</b>		
i. Aplicar técnicas matemáticas de resolución de problemas para reconocer patrones ii. Describir patrones como relaciones o reglas generales coherentes con hallazgos correctos iii. Verificar si el patrón se cumple con otros ejemplos	i. Seleccionar y aplicar técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir patrones complejos ii. Describir patrones como relaciones y/o reglas generales coherentes con los hallazgos iii. Verificar y justificar relaciones y/o reglas generales	i. Seleccionar y aplicar técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir patrones complejos ii. Describir patrones como reglas generales coherentes con los hallazgos iii. Demostrar, o verificar y justificar, reglas generales

Primer año Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:	Tercer año Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:	Quinto año Para lograr los objetivos generales de Matemáticas, los alumnos deben ser capaces de:
<b>Objetivo específico C: Comunicación</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>i. Usar lenguaje matemático apropiado (notación, símbolos y terminología) en enunciados tanto orales como escritos</li> <li>ii. Usar diferentes formas de representación para presentar información</li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento matemático coherentes</li> <li>iv. Organizar información empleando una estructura lógica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>i. Usar lenguaje matemático apropiado (notación, símbolos y terminología) en explicaciones tanto orales como escritas</li> <li>ii. Usar diferentes formas de representación matemática para presentar información</li> <li>iii. Cambiar de unas formas de representación matemática a otras</li> <li>iv. Comunicar líneas de razonamiento matemático completas y coherentes</li> <li>v. Organizar información empleando una estructura lógica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>i. Usar lenguaje matemático apropiado (notación, símbolos y terminología) en explicaciones tanto orales como escritas</li> <li>ii. Usar formas de representación matemática apropiadas para presentar información</li> <li>iii. Cambiar de unas formas de representación matemática a otras</li> <li>iv. Comunicar líneas de razonamiento matemático completas, coherentes y concisas</li> <li>v. Organizar información empleando una estructura lógica</li> </ul>
<b>Objetivo específico D: Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar elementos pertinentes de situaciones de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para resolver situaciones de la vida real</li> <li>iii. Aplicar debidamente las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una solución</li> <li>iv. Explicar el grado de precisión de una solución</li> <li>v. Describir si una solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar elementos pertinentes de situaciones de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para resolver situaciones de la vida real</li> <li>iii. Aplicar debidamente las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una solución</li> <li>iv. Explicar el grado de precisión de una solución</li> <li>v. Explicar si una solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar elementos pertinentes de situaciones de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para resolver situaciones de la vida real</li> <li>iii. Aplicar debidamente las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una solución</li> <li>iv. Justificar el grado de precisión de una solución</li> <li>v. Justificar si una solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li> </ul>

A lo largo del programa, se espera que los alumnos demuestren su comprensión con niveles de complejidad cada vez mayores.

La gama de habilidades, técnicas, estrategias y conceptos evaluados, así como la complejidad de su aplicación, deberán incrementarse a medida que los alumnos avancen en el programa.

## Aprendizaje interdisciplinario

La enseñanza y el aprendizaje interdisciplinarios se basan en las disciplinas y los grupos de asignaturas, pero amplían la comprensión disciplinaria:

- **De manera integradora:** aunando conceptos, métodos o modos de comunicación de dos o más grupos de asignaturas, disciplinas o áreas de conocimiento establecidas para dar lugar a nuevas perspectivas
- **Con un fin determinado:** conectando disciplinas para resolver problemas reales, crear productos o abordar cuestiones complejas de formas que difícilmente habrían sido posibles mediante un solo enfoque

La enseñanza y el aprendizaje interdisciplinarios dan lugar a un currículo cohesivo que aborda las necesidades de desarrollo de los alumnos del PAI y los prepara para futuros estudios académicos (inter)disciplinarios, y para la vida en un mundo cada vez más interconectado.

El PAI utiliza conceptos y contextos como puntos de partida para la integración significativa y la transferencia de conocimientos entre grupos de asignaturas y disciplinas. La publicación *Promoción de la enseñanza y el aprendizaje interdisciplinarios en los colegios del PAI* (julio de 2014) ofrece más información y detalla un proceso de planificación y registro de unidades interdisciplinarias.

Los colegios que ofrecen el PAI deben asegurarse de que los alumnos cursen, como mínimo, una unidad interdisciplinaria planificada de forma colaborativa en cada año del programa.

Matemáticas del PAI brinda numerosas oportunidades para la enseñanza y el aprendizaje interdisciplinarios. Las unidades interdisciplinarias de este grupo de asignaturas podrían incluir indagaciones sobre:

- La obtención y el análisis de datos estadísticos en las clases de Educación Física y para la Salud
- La aplicación de conocimientos geométricos en proyectos de diseño
- La investigación de vínculos entre la teoría musical y las secuencias matemáticas

El aprendizaje interdisciplinario puede tener lugar en actividades a pequeña y gran escala. El verdadero aprendizaje interdisciplinario suele requerir una reflexión crítica y una planificación colaborativa detallada. No obstante, los profesores y los alumnos también pueden establecer conexiones interdisciplinarias mediante conversaciones y experiencias de aprendizaje espontáneas.

Los profesores de todos los grupos de asignaturas del PAI tienen la responsabilidad de crear continuamente oportunidades significativas para la enseñanza y el aprendizaje interdisciplinarios.

## Proyectos del PAI

El Proyecto Comunitario del PAI (para alumnos del tercer y cuarto año) y el Proyecto Personal del PAI (para alumnos del quinto año) fomentan y hacen posible una indagación continua dentro de un contexto global que da lugar a nuevas perspectivas y una comprensión más profunda. Estas experiencias culminantes desarrollan la confianza de los alumnos en sí mismos como personas íntegras con una actitud de aprendizaje durante toda la vida. Asimismo, refuerzan su capacidad de valorar su propio aprendizaje y comunicarse eficazmente, y hacen que se enorgullezcan de sus logros.

Los cursos de Matemáticas ayudan a los alumnos a desarrollar habilidades clave del área de Enfoques del Aprendizaje (antes Aprender a Aprender) que les permiten disfrutar de los proyectos del PAI y obtener buenos resultados. En este grupo de asignaturas, los alumnos cuentan con considerables oportunidades para practicar las habilidades de Enfoques del Aprendizaje, en particular las habilidades cognitivas. La organización y transformación de información son aspectos esenciales de las matemáticas.

Los alumnos encuentran inspiración para sus proyectos en las experiencias de aprendizaje de este grupo de asignaturas. Al aplicar las matemáticas a situaciones de la vida real, los alumnos encontrarán un sinnúmero de oportunidades para realizar proyectos en los que incorporan sus habilidades matemáticas.

Matemáticas del PAI brinda numerosas oportunidades para el aprendizaje mediante la acción. Los proyectos comunitarios y los proyectos personales pueden incluir indagaciones inspiradas en las matemáticas, como las siguientes:

- El análisis estadístico de un problema de sustentabilidad local o global
- El análisis matemático del rendimiento atlético de una persona o un equipo
- El desarrollo de soluciones de redes para las rutas de transporte del colegio



## Requisitos

### Horas lectivas

Los colegios deben dedicar las horas lectivas necesarias para cumplir los requisitos de Matemáticas del PAI.

El PAI requiere dedicar al menos 50 horas lectivas a cada grupo de asignaturas en cada año del programa.

No obstante, en la práctica suelen ser necesarias más horas, no solo para cumplir los objetivos generales y específicos de la disciplina, sino también para poder enseñar las disciplinas simultáneamente, con continuidad y en cada año del programa, lo cual hace posible el aprendizaje interdisciplinario.

Si los alumnos desean obtener el documento de resultados del PAI del IB que pueden contribuir al certificado del PAI del IB, los cursos de Matemáticas deben incluir al menos 70 horas lectivas en cada uno de los dos últimos años del programa (cuarto y quinto año).

### Organización de Matemáticas en el colegio

Todos los grupos de asignaturas del PAI, incluido Matemáticas, tienen un marco curricular con objetivos generales y específicos finales. Matemáticas del PAI proporciona, además, un marco de contenidos y habilidades organizado en cuatro ramas que se indican más adelante.

#### Niveles de Matemáticas

En el PAI, las matemáticas deben estar al alcance de todos los alumnos y todos los alumnos deben estudiarlas. Los colegios deben asegurarse de que el currículo permita a **todos** los alumnos desarrollar su potencial al máximo y alcanzar los objetivos generales y específicos finales del grupo de asignaturas. Los temas y las habilidades del marco general de este grupo de asignaturas están organizados de manera que los alumnos pueden elegir entre dos niveles de dificultad: **Matemáticas (nivel general)** y **Matemáticas (nivel avanzado)**.

**Matemáticas (nivel general)** ofrece a todos los alumnos un conocimiento sólido de los principios matemáticos básicos y, además, les permite desarrollar las habilidades necesarias para cumplir los objetivos específicos de Matemáticas del PAI.

**Matemáticas (nivel avanzado)** incluye el marco del nivel general complementado por temas y habilidades adicionales. Este nivel proporciona las bases para los alumnos que deseen cursar estudios avanzados de matemáticas, por ejemplo, Matemáticas NS en el PD. Matemáticas (nivel avanzado) amplía y profundiza el marco de Matemáticas (nivel general).

Una forma común de ofrecer ambos niveles consiste en tener clases distintas para Matemáticas (nivel general) y Matemáticas (nivel avanzado) durante los dos últimos años del PAI. Del primer al tercer año del PAI, los alumnos a menudo estudian un curso común de matemáticas diferenciadas o bien una serie de cursos acelerados.

Además de basarse en el marco general, todos los cursos de Matemáticas del PAI deben garantizar que los alumnos:

- Apliquen las matemáticas a situaciones de la vida real
- Realicen investigaciones para descubrir patrones

## Planificación del currículo de Matemáticas

Los Colegios del Mundo del IB son responsables de desarrollar y estructurar los cursos de Matemáticas de forma que permitan a los alumnos alcanzar los objetivos generales y específicos del programa. Las circunstancias específicas de cada colegio, incluidos los requisitos curriculares locales y nacionales, determinarán cómo organizan el curso.

Las normas para la implementación del PAI y sus aplicaciones concretas instan a los colegios a facilitar y promover la planificación colaborativa para desarrollar y revisar el currículo.

Los objetivos específicos de Matemáticas para cada año del programa aportan continuidad y estructuran la progresión del aprendizaje. Dichos objetivos sirven a los profesores para tomar decisiones sobre experiencias de aprendizaje adecuadas a los niveles de desarrollo de los alumnos, incluidas las evaluaciones formativas y sumativas.

Al realizar la articulación vertical de Matemáticas para todos los años del programa, los profesores deben planificar unidades de trabajo cada vez más complejas que cubran múltiples objetivos específicos. No obstante, dentro de estas unidades puede haber, a su vez, tareas o unidades de trabajo más pequeñas que se concentren en objetivos específicos concretos o en aspectos particulares de estos objetivos.

Los cursos de Matemáticas presentan numerosas oportunidades para establecer conexiones interdisciplinarias en el currículo. Al realizar la articulación horizontal en cada año del programa, debe coordinarse la enseñanza y el aprendizaje de todos los cursos de Matemáticas. Asimismo, es necesario identificar comprensiones conceptuales compartidas y enfoques del aprendizaje comunes a varios grupos de asignaturas para que la experiencia de aprendizaje de los alumnos sea coherente durante todo el año.

En matemáticas, el aprendizaje es generalmente secuencial. Para obtener buenos resultados en cursos sucesivos, es fundamental sentar bien las bases en los cursos anteriores. No solo es necesario secuenciar adecuadamente los contenidos, sino también los métodos de enseñanza, las evaluaciones y las estrategias de resolución de problemas. Se insta a los profesores a que articulen el continuo de matemáticas en sus respectivos colegios. Esto se puede poner en práctica de diversas maneras; no obstante, todas ellas requieren una planificación adecuada. Para alinear verticalmente el aprendizaje y la evaluación es necesario tener en cuenta los conceptos, las habilidades y los procesos implicados. Los siguientes ejemplos muestran posibles formas de secuenciar las actividades a fin de preparar a los alumnos para los contenidos de matemáticas que estudiarán en el PD. Estos ejemplos muestran los distintos enfoques que pueden adoptar los profesores a la hora de planificar la transición desde el primer año del PAI hasta los cursos de matemáticas del PD.

## Ejemplo 1: Elaboración de modelos sobre medidas antropométricas

Este ejemplo ilustra un método que se podría utilizar con el fin de secuenciar habilidades que es necesario adquirir para la evaluación interna. Se centra en actividades de elaboración de modelos sobre medidas antropométricas (del cuerpo humano), desde el primer año del PAI hasta el PD.

Año	Habilidades	Posibles actividades
<b>Primer año del PAI</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plano cartesiano</li> <li>Situar puntos en un sistema de coordenadas</li> <li>Relación entre variables</li> <li>Obtención de datos</li> <li>Descripción formal e informal de la tendencia observada</li> </ul>	Modelos simples, como uno que relacione la estatura con la longitud del pie
<b>Tercer año del PAI</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tendencias y predicciones</li> <li>Modelos aproximados (“a ojo”)</li> <li>Variables independientes frente a variables dependientes</li> <li>Valores apropiados de las variables</li> </ul>	Extensión de los datos incluidos en el modelo; por ejemplo, hombres comparados con mujeres
<b>Quinto año del PAI</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dominio y recorrido</li> <li>Regresión lineal</li> <li>Precisión (correlación)</li> <li>Predicción</li> <li>Uso de medios tecnológicos</li> </ul>	<p>Extensiones del dominio y del recorrido basadas en el empleo de modelos; por ejemplo, estatura (hombre o mujer) en relación con la longitud del pie (hombre o mujer)</p> <p>Resolución de crímenes: si se conoce la longitud del pie, ¿cuál es la altura probable del sospechoso?</p> <p>¿Pueden existir los gigantes?</p>
<b>Primer/segundo año del PD</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elección de modelos propios</li> <li>Comparación</li> <li>Coeficiente de correlación</li> <li>Uso de modelos más complejos</li> <li>Discusión de las limitaciones de los modelos y datos de los alumnos por parte de ellos mismos</li> </ul>	<p>Elaboración y empleo de modelos basados en diversas funciones</p> <p>Aplicación de la paleoantropometría (relacionar el tamaño de los huesos para determinar el tamaño de un dinosaurio o la estatura de un antepasado del ser humano)</p>

## Ejemplo 2: Volumen y área

Este ejemplo ilustra un método que se podría utilizar para secuenciar un problema concreto. Se basa en actividades para trabajar todo lo relacionado con volumen y área, desde el primer año del PAI hasta el PD.

Año	Posibles actividades
<b>Primer año del PAI</b>	Los alumnos investigarán el volumen de distintos recipientes cilíndricos. Para ello, harán las mediciones oportunas y compararán el valor previamente estimado con el valor calculado. Elaborarán un informe que plantee hipótesis sobre por qué puede haber diferencias entre los distintos valores y por qué se utilizan ciertos tipos de recipientes con determinados productos.
<b>Tercer año del PAI</b>	Los alumnos investigarán qué sucede cuando se modifican las dimensiones (radio y altura) de un recipiente cilíndrico. Elaborarán un informe en el que indicarán qué dimensión hace que varíe más el valor final del volumen y del área.
<b>Quinto año del PAI</b>	Los alumnos determinarán cuáles son las dimensiones de una lata de refresco para las cuales el área de la lata es mínima, sabiendo que el volumen de la lata es constante (330 ml). Para ello harán uso de representaciones gráficas, empleando una calculadora de pantalla gráfica.
<b>Primer/segundo año del PD</b>	Los alumnos determinarán cuáles son las dimensiones de una lata de refresco para las cuales el área de la lata es mínima, sabiendo que el volumen de la lata es constante (330 ml). Para ello utilizarán el análisis matemático y compararán el resultado con el que se obtiene empleando otro método alternativo.

Todo cuanto se pueda hacer en cualquiera de estas áreas para facilitar la transición del PAI al PD ayudará a los alumnos a obtener mejores resultados; los ejemplos anteriores no deben considerarse como la única manera de lograr esta meta.

## Enseñanza y aprendizaje a través de la indagación

La indagación, en el sentido más amplio del término, es el proceso que utilizamos para lograr unos niveles de comprensión más profundos. La indagación implica especular, explorar, cuestionar y establecer conexiones. En todos los programas del IB, la indagación estimula la curiosidad y favorece el pensamiento crítico y creativo.

El PAI estructura la indagación continua en Matemáticas mediante el desarrollo de la **comprensión conceptual** en **contextos globales**. Los profesores y los alumnos desarrollan un **enunciado de la indagación** y utilizan **preguntas de indagación** para explorar los temas. Al indagar, los alumnos adquieren habilidades disciplinarias e interdisciplinarias específicas de **Enfoques del Aprendizaje**.

### Comprensión conceptual

Un concepto es una "idea importante", un principio o una noción perdurables cuya importancia trasciende sus orígenes, disciplinas o marcos temporales. Los conceptos constituyen el vehículo para la indagación de los alumnos sobre cuestiones e ideas de importancia personal, local y global, y son también los medios para explorar la esencia de las matemáticas.

Los conceptos ocupan un lugar importante en la estructura del conocimiento, que exige a los profesores y a los alumnos pensar con una complejidad cada vez mayor al organizar y relacionar los datos y los temas.

Los conceptos representan la comprensión que acompañará a los alumnos en la aventura del aprendizaje durante toda la vida. Los ayudan a formular principios, generalizaciones y teorías. Los alumnos utilizan la comprensión conceptual para resolver problemas, analizar cuestiones y evaluar decisiones que pueden tener un impacto en su vida, en su comunidad y en el resto del mundo.

En el PAI, la comprensión conceptual se estructura mediante conceptos clave y conceptos relacionados prescritos. Los profesores deben utilizar estos conceptos para desarrollar el currículo. Asimismo, los colegios pueden identificar y desarrollar conceptos adicionales para cumplir con los requisitos curriculares locales y adaptarlos a sus circunstancias concretas.

### Conceptos clave

Los conceptos clave favorecen el desarrollo de un currículo amplio. Representan ideas importantes que tienen pertinencia intradisciplinaria e interdisciplinaria. La indagación sobre conceptos clave puede facilitar el establecimiento de conexiones entre:

- Distintos cursos del grupo de asignaturas de Matemáticas (aprendizaje intradisciplinario)
- Distintos grupos de asignaturas (aprendizaje interdisciplinario)

La tabla 1 enumera los conceptos clave que se exploran en el PAI. Los conceptos clave estudiados en Matemáticas son: **forma, lógica y relaciones**.

Cambio	Comunicación	Comunidades	Conexiones
Creatividad	Cultura	Desarrollo	Estética
<b>Forma</b>	Identidad	Interacciones globales	<b>Lógica</b>
Perspectiva	<b>Relaciones</b>	Sistemas	Tiempo, lugar y espacio

**Tabla 1**  
*Conceptos clave del PAI*

Estos conceptos clave proporcionan un marco para el estudio de Matemáticas y sirven para organizar las unidades de trabajo, la enseñanza y el aprendizaje.

### **Forma**

La **forma** es la configuración y la estructura subyacente de una entidad u obra, e incluye su organización, características esenciales y aspecto externo.

En Matemáticas del PAI, este concepto se refiere a la comprensión de que la estructura subyacente y la configuración de una entidad se distinguen por sus propiedades. La forma ofrece a los alumnos oportunidades de apreciar la naturaleza estética de los constructos utilizados en una disciplina.

### **Lógica**

La **lógica** es un método de razonamiento y un sistema de principios utilizados para elaborar argumentos y extraer conclusiones.

En Matemáticas del PAI, se usa como un proceso para tomar decisiones sobre números, formas y variables. Este sistema de razonamiento brinda a los alumnos un método para explicar la validez de sus conclusiones. En el PAI, no debe confundirse este concepto con el área de las matemáticas que se denomina "lógica simbólica".

### **Relaciones**

Las **relaciones** son las conexiones y asociaciones entre las propiedades, los objetos, las personas y las ideas, incluidas las conexiones de la comunidad humana con el mundo en que vivimos. Todo cambio en una relación acarrea consecuencias, algunas de las cuales pueden ser de alcance reducido, mientras que otras pueden tener un alcance mucho mayor, llegando a afectar a grandes redes y sistemas, como las sociedades humanas o el ecosistema planetario.

En Matemáticas del PAI, este concepto se refiere a las conexiones existentes entre cantidades, propiedades o conceptos; dichas conexiones pueden expresarse en forma de modelos, reglas o enunciados. Las relaciones ofrecen a los alumnos oportunidades de explorar patrones en el mundo que los rodea. Es importante que los alumnos establezcan conexiones con las matemáticas en el mundo real para lograr una comprensión más profunda.

Otros conceptos clave también pueden ser importantes en Matemáticas, y se presentan en la sección "Marco general de Matemáticas" de esta guía.

## **Conceptos relacionados**

Los conceptos relacionados favorecen la profundidad del aprendizaje. Son disciplinarios y resultan útiles para explorar los conceptos clave con más detalle. La indagación sobre los conceptos relacionados ayuda a

los alumnos a lograr una comprensión conceptual más compleja y sofisticada. Los conceptos relacionados pueden surgir del tema de una unidad, o de las características y los procesos propios de la asignatura.

La tabla 2 enumera los conceptos relacionados para el estudio de Matemáticas.

Conceptos relacionados de Matemáticas		
Cambio	Cantidad	Equivalencia
Espacio	Generalización	Justificación
Medición	Modelo	Patrón
Representación	Simplificación	Sistema

**Tabla 2**  
*Conceptos relacionados de Matemáticas*

Los apéndices de esta guía incluyen un glosario de los conceptos relacionados de Matemáticas.

## Contextos globales para la enseñanza y el aprendizaje

Los contextos globales orientan el aprendizaje hacia la indagación independiente y compartida sobre la condición que nos une como seres humanos y la responsabilidad que compartimos de velar por el planeta. Tomando el mundo como el contexto más amplio para el aprendizaje, en Matemáticas del PAI pueden tener lugar exploraciones significativas de:

- Las identidades y las relaciones
- La orientación en el espacio y el tiempo
- La expresión personal y cultural
- La innovación científica y técnica
- La globalización y la sustentabilidad
- La equidad y el desarrollo

Los profesores deben identificar un contexto global para la enseñanza y el aprendizaje, o desarrollar otros contextos que ayuden a los alumnos a comprender por qué la indagación es importante.

Muchas indagaciones sobre los conceptos de Matemáticas se centran naturalmente en la innovación científica y técnica. No obstante, con el tiempo, los cursos de este grupo de asignaturas deben brindar a los alumnos diversas oportunidades de explorar todos los contextos globales del PAI en relación con los objetivos generales y específicos.



## Enunciados de la indagación

Los enunciados de la indagación presentan la comprensión conceptual en un contexto global con el objeto de enmarcar la indagación y orientar el aprendizaje hacia un fin determinado. La tabla 3 muestra algunos ejemplos de enunciados de la indagación para unidades de Matemáticas del PAI:

Enunciado de la indagación	Concepto clave Conceptos relacionados Contexto global	Posible proyecto/estudio
Los arquitectos e ingenieros deben utilizar recursos finitos de manera responsable al diseñar nuevas estructuras.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forma</li> <li>• Espacio, cantidad</li> <li>• Equidad y desarrollo</li> </ul>	Geometría y trigonometría: volumen
La lógica es una herramienta poderosa para justificar lo que descubrimos mediante la medición y la observación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lógica</li> <li>• Medición, justificación</li> <li>• Orientación en el espacio y el tiempo</li> </ul>	Geometría y trigonometría: rectas paralelas y transversales
Se puede mejorar el proceso de toma de decisiones empleando un modelo para representar las relaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones</li> <li>• Modelo, representación</li> <li>• Identidades y relaciones</li> </ul>	Álgebra: funciones cuadráticas
La comprensión de la forma y la figura favorece la creatividad.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Forma</li> <li>• Patrón, espacio</li> <li>• Expresión personal y cultural</li> </ul>	Geometría y trigonometría: transformaciones
La creación de modelos empleando un proceso lógico nos ayuda a comprender el mundo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lógica</li> <li>• Patrón, simplificación, modelo</li> <li>• Innovación científica y técnica</li> </ul>	Álgebra: movimiento de proyectiles
El descubrimiento de relaciones matemáticas puede mejorar la comprensión de cómo evolucionan los sistemas ambientales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones</li> <li>• Sistema, cambio</li> <li>• Globalización y sustentabilidad</li> </ul>	Números y operaciones: potencias y logaritmos
La identificación de patrones en el mundo natural puede ayudar a comprender las relaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones</li> <li>• Patrón</li> <li>• Innovación científica y técnica</li> </ul>	Estadística y probabilidad: recta de ajuste óptimo

**Tabla 3**  
*Ejemplos de enunciados de la indagación*

### Preguntas de indagación

Los enunciados de la indagación ayudan a los profesores y los alumnos a identificar preguntas de indagación fácticas, conceptuales y debatibles. Las preguntas de indagación orientan la enseñanza y el aprendizaje, y ayudan a organizar y secuenciar las experiencias de aprendizaje.

La tabla 4 muestra algunas preguntas de indagación posibles para las unidades de Matemáticas del PAI:

Preguntas fácticas: Recordar datos y temas	Preguntas conceptuales: Analizar ideas importantes	Preguntas debatibles: Evaluar perspectivas y desarrollar teorías
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la relación entre las pendientes de dos rectas perpendiculares?</li> <li>• ¿Qué diferencia hay entre el volumen de un cuerpo y su área?</li> <li>• ¿Qué determina si dos sucesos son independientes?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué significa tener una "solución" de una ecuación?</li> <li>• ¿Por qué puede ser útil la estimación?</li> <li>• ¿Cómo podríamos crear un mapa de la red neural del cerebro humano?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué es más natural: el orden o el caos?</li> <li>• ¿Todos los sucesos del universo están sujetos a la probabilidad?</li> <li>• ¿Cómo es de grande el infinito?</li> </ul>

**Tabla 4**  
*Ejemplos de preguntas fácticas, conceptuales y debatibles*

## Enfoques del Aprendizaje

Todas las unidades de trabajo del PAI ofrecen a los alumnos oportunidades de desarrollar y practicar las habilidades de **Enfoques del Aprendizaje**. Estas habilidades les son de gran ayuda para lograr los objetivos generales y específicos del grupo de asignaturas.

Las habilidades de Enfoques del Aprendizaje se clasifican en cinco categorías que son comunes a todos los programas de educación internacional del IB. Dentro de cada categoría, los programas del IB identifican habilidades concretas que pueden presentarse, practicarse y consolidarse dentro y fuera del aula.

Las habilidades de Enfoques del Aprendizaje son pertinentes a todos los grupos de asignaturas del PAI; sin embargo, los profesores también pueden encontrar indicadores de estas habilidades que sean exclusivos o particularmente pertinentes para un curso o grupo de asignaturas concreto.

La tabla 5 sugiere algunos de los indicadores que pueden ser importantes en Matemáticas.

Categoría	Indicador de habilidad
Habilidades de pensamiento	Tener en cuenta la prioridad y el orden de precedencia al resolver problemas
Habilidades sociales	Ayudar a los demás a obtener buenos resultados durante el trabajo en grupo
Habilidades de comunicación	Organizar e interpretar datos utilizando herramientas tanto analógicas como digitales
Habilidades de autogestión	Ejercitar la capacidad de atención y concentración al resolver múltiples problemas
Habilidades de investigación	Usar una variedad de tecnologías y plataformas mediáticas, incluidas las redes sociales e Internet, para extraer información

Tabla 5

*Ejemplos de indicadores de habilidades específicos de Matemáticas*

Si se diseñan bien, las actividades de aprendizaje y las evaluaciones brindan a los alumnos oportunidades valiosas para practicar y demostrar las habilidades de Enfoques del Aprendizaje. Las unidades del PAI indican explícitamente las habilidades de Enfoques del Aprendizaje en las que pueden centrarse la enseñanza y el aprendizaje, y mediante las cuales los alumnos pueden demostrar lo que son capaces de hacer. Las evaluaciones formativas ofrecen información importante para el desarrollo de habilidades concretas, y muchas habilidades de Enfoques del Aprendizaje ayudan a los alumnos a demostrar que han cumplido los objetivos específicos del grupo de asignaturas en las evaluaciones sumativas.

La tabla 6 enumera algunas habilidades concretas de Enfoques del Aprendizaje que los alumnos pueden demostrar mediante desempeños de comprensión en Matemáticas.

Enfoques del Aprendizaje
<p><b>Habilidades de pensamiento (pensamiento crítico):</b> extraer conclusiones y generalizaciones justificadas como resultado de investigar patrones</p> <p><b>Habilidades de comunicación (reflexión):</b> utilizar un diario de trabajo durante la investigación para llevar un registro de las reflexiones</p>

Tabla 6

*Ejemplos de la demostración de habilidades de Enfoques del Aprendizaje en Matemáticas*

## Marco general de Matemáticas

El marco general de Matemáticas del PAI comprende cuatro ramas de estudio:

- Números y operaciones
- Álgebra
- Geometría y trigonometría
- Estadística y probabilidad

Los colegios pueden usar este marco como herramienta para elaborar sus mapas curriculares al diseñar y planificar los cursos de Matemáticas. **No se espera que los colegios enseñen las cuatro ramas en cada año del programa, ni que traten todos los temas o habilidades sugeridos.** No obstante, a lo largo de los cinco años (o la duración completa) del programa, los alumnos deben tener experiencias de aprendizaje en las cuatro ramas del marco general de Matemáticas.

Los temas y habilidades son **ejemplos** de lo que los alumnos pueden estudiar en los dos niveles: Matemáticas (nivel general) y Matemáticas (nivel avanzado). Habrá casos en los que un tema que figure en el marco general como de “nivel avanzado” pueda estudiarse en un curso de nivel general. Corresponde a los colegios definir la distinción entre los cursos de nivel general y nivel avanzado.

Los cursos de Matemáticas (nivel avanzado) que exploren los temas clave con profundidad y complejidad, desarrollen la capacidad de resolver problemas matemáticos de manera autónoma e inviten a aplicar los conocimientos y habilidades matemáticos a otras áreas prepararán eficazmente a los alumnos para estudios avanzados.

## Números y operaciones

La capacidad de trabajar con números es una habilidad fundamental en matemáticas. Se espera que los alumnos comprendan los conceptos relacionados con los números y desarrollen habilidades de cálculo y estimación. Deben comprender que el uso de números para expresar patrones y describir situaciones de la vida real se remonta a los orígenes de la humanidad, y que las matemáticas tienen raíces multiculturales.

### Vínculos con conceptos del PAI

Los conceptos clave de otras asignaturas del PAI que pueden utilizarse en la rama de **números y operaciones** incluyen: **cambio** (razones, bases), **comunicación** (rectas numéricas, unidades de medida), **conexiones** (bases, sucesiones numéricas, diagramas de Venn), **desarrollo** (sucesiones numéricas, números primos), **identidad** (conjuntos, factores) y **sistemas** (conjuntos, sistemas numéricos). Los conceptos relacionados de Matemáticas del PAI que pueden utilizarse en esta rama incluyen: **cantidad, equivalencia, generalización, justificación, medición, simplificación y sistema.**

Tema	Habilidades
<b>Matemáticas (nivel general y nivel avanzado)</b>	
<p>Formas de representación de los números: enteros, fracciones, decimales, potencias, valor absoluto, forma estándar (notación científica), decimales periódicos e irracionales/radicales</p> <p>Sistemas numéricos: conjuntos de números enteros positivos y el cero (N), números enteros (Z), números racionales (Q), números irracionales (Q') y números reales (R)</p>	<p>Ordenar números</p> <p>Valor absoluto de un número</p> <p>Convertir números expresados en distintas formas de representación</p> <p>Simplificar expresiones numéricas dentro de los sistemas numéricos y teniendo en cuenta las distintas formas de representación</p> <p>Reconocer y clasificar números en diferentes sistemas numéricos, incluidos los decimales periódicos</p>
<p>Conjuntos</p> <p>Diagramas de Venn</p>	<p>Vocabulario básico (elemento, subconjunto, conjunto vacío, etc.)</p> <p>Realizar operaciones</p> <p>Propiedades de los conjuntos (conmutativa, asociativa y distributiva)</p> <p>Dibujar e interpretar diagramas de Venn</p> <p>Usar diagramas de Venn para resolver problemas en contextos de la vida real</p>
Las cuatro operaciones	Utilizar las cuatro operaciones (suma, resta, multiplicación y división) con enteros, decimales y fracciones
Números y factores primos, incluido el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo	Representar un número como el producto de sus factores primos y usar esa representación para hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo
Rectas numéricas	Expresar el conjunto de soluciones de una inecuación lineal en la recta numérica (y mediante la notación de conjuntos)
Estimación	<p>Emplear diferentes formas de redondeo, aproximación decimal y cifras significativas</p> <p>Utilizar formas de redondeo adecuadas para estimar resultados</p>
Unidades de medida	Convertir unidades entre diferentes sistemas de medidas y entre diferentes monedas
Razón, porcentaje, proporción directa e inversa	<p>Dividir una cantidad entre una razón dada</p> <p>Hallar una constante de proporcionalidad, establecer ecuaciones y graficar relaciones directas e inversas</p>
Sucesiones numéricas	Predecir el término siguiente de una sucesión numérica (lineal, cuadrática, triangular, Fibonacci)
Exponentes enteros	Evaluar números con exponentes enteros

Tema	Habilidades
<b>Matemáticas (nivel avanzado)</b>	
Exponentes fraccionarios	Usar las propiedades de las potencias para simplificar expresiones numéricas con radicales y potencias
Logaritmos	Evaluar el logaritmo de un número y simplificar las expresiones numéricas
Bases	Realizar operaciones con números en diferentes bases

## Álgebra

El álgebra es una abstracción de los conceptos relacionados con los números y es fundamental para realizar estudios posteriores de matemáticas. Utiliza letras y símbolos para representar números, cantidades y operaciones, y emplea variables para resolver problemas matemáticos.

Los alumnos que deseen continuar el estudio de las matemáticas después del PAI necesitarán adquirir conceptos y habilidades algebraicos. Los profesores deben ayudar a los alumnos a entender el álgebra mediante la aplicación de conocimientos y habilidades algebraicos a la resolución de problemas en situaciones de la vida real. Para profundizar la comprensión de la resolución de problemas, los temas de esta rama se pueden vincular a la elaboración de modelos, las representaciones y las conexiones.

### Vínculos con conceptos del PAI

Los conceptos clave de otras asignaturas del PAI que pueden utilizarse en la rama de álgebra incluyen: **cambio** (expresiones algebraicas, transformaciones), **conexiones** (patrones y sucesiones, funciones y gráficos), **estética** (patrones y sucesiones, gráficos), **sistemas** (funciones, series) y **tiempo, lugar y espacio** (funciones, ecuaciones). Los conceptos relacionados de Matemáticas del PAI que pueden utilizarse en esta rama incluyen: **cambio, cantidad, equivalencia, patrón, representación, simplificación y sistema.**

Tema	Habilidades
<b>Matemáticas (nivel general y nivel avanzado)</b>	
Suma, resta, multiplicación y división de expresiones algebraicas	Desarrollar y simplificar expresiones algebraicas
Factorización de expresiones algebraicas	Factorizar expresiones lineales y cuadráticas
Sustitución	Usar la sustitución para evaluar expresiones
Transformación de expresiones algebraicas	Expresar una variable en función de la otra en una fórmula
Fracciones algebraicas	Resolver ecuaciones con fracciones algebraicas
Exponentes enteros y fraccionarios (incluidos los números negativos)	Utilizar las propiedades de las potencias
Patrones y sucesiones	Hallar y justificar o demostrar reglas generales y fórmulas para sucesiones

Tema	Habilidades
Algoritmos	Analizar y utilizar procedimientos bien definidos para resolver problemas complejos
Funciones <ul style="list-style-type: none"> <li>Tipos de funciones: lineales, cuadráticas, exponenciales, seno y coseno</li> <li>Dominio y recorrido</li> <li>Transformaciones</li> </ul>	La función lineal $f(x) = mx + c$ , su gráfico, pendiente e intersección con el eje y Rectas paralelas y perpendiculares, y las relaciones entre sus pendientes Describir funciones lineales, cuadráticas, exponenciales, seno y coseno transformadas Ejemplo: $f(x) = a(x - h)^2 + k$ <b>Nota:</b> Las funciones seno y coseno se limitan a la forma $f(x) = a \operatorname{sen}(bx) + c$ Graficar diferentes tipos de funciones y comprender sus características Determinar el recorrido, dado el dominio Trasladar, reflejar y dilatar funciones
Ecuaciones <ul style="list-style-type: none"> <li>Lineales</li> <li>Cuadráticas</li> <li>Simultáneas</li> </ul>	Resolver ecuaciones de manera algebraica y gráfica
Inecuaciones	Resolver y graficar inecuaciones lineales Programación lineal
<b>Matemáticas (nivel avanzado)</b>	
Logaritmos en distintas bases (incluidos los logaritmos naturales)	Utilizar las propiedades de los logaritmos
Funciones y gráficos <ul style="list-style-type: none"> <li>Funciones seno y coseno, logarítmicas y racionales (de la forma <math>f(x) = 1/x</math>)</li> <li>Funciones inversa y compuesta</li> </ul>	Graficar diferentes tipos de funciones y comprender sus características Sumar y restar funciones Determinar las funciones inversa y compuesta, y sus gráficos Resolver ecuaciones de manera algebraica y gráfica
Inecuaciones	Resolver inecuaciones no lineales
Transformaciones de funciones	Describir y analizar funciones logarítmicas, racionales (de la forma $f(x) = 1/x$ ), seno y coseno transformadas Ejemplo: $f(x) = a \operatorname{sen}(bx - c) + d$
Series aritméticas y geométricas	Desarrollar y justificar o demostrar reglas generales y fórmulas para sucesiones Hallar la suma de una serie, incluidas series infinitas

## Geometría y trigonometría

El estudio de la geometría y la trigonometría contribuye al desarrollo de la noción de espacio y ofrece a los alumnos las herramientas necesarias para analizar, medir y transformar cantidades geométricas en dos y tres dimensiones.

### Vínculos con conceptos del PAI

Los conceptos clave de otras asignaturas del PAI que pueden utilizarse en la rama de **geometría y trigonometría** incluyen: **cambio** (relaciones, transformaciones), **comunidades** (propiedades de los ángulos y de los triángulos), **creatividad** (transformaciones, semejanza y congruencia), **estética** (formas geométricas, transformaciones), **identidad** (círculo de radio unidad o radio unitario, relaciones), **perspectiva** (geometría de coordenadas, semejanza y congruencia) y **tiempo, lugar y espacio** (geometría de coordenadas tridimensionales, transformaciones). Los conceptos relacionados de Matemáticas del PAI que pueden utilizarse en esta rama incluyen: **cambio, cantidad, equivalencia, espacio, modelo, patrón, representación y sistema.**

Tema	Habilidades
<b>Matemáticas (nivel general y nivel avanzado)</b>	
Elementos geométricos y su clasificación	Nombrar y clasificar diferentes elementos geométricos (punto, recta, plano, ángulo, figuras planas regulares e irregulares, sólidos)
Distancia	Medir la distancia entre dos puntos, y entre una recta y un punto
Propiedades de los ángulos	Resolver problemas empleando las propiedades de: <ul style="list-style-type: none"> <li>Ángulos en diferentes figuras o posiciones</li> <li>Ángulos agudos, rectos y obtusos en triángulos</li> <li>Ángulos entre rectas que se cortan y en rectas paralelas</li> <li>Ángulos en polígonos regulares e irregulares</li> <li>Ángulos en círculos</li> </ul>
Propiedades de los triángulos	Resolver problemas con triángulos aplicando: <ul style="list-style-type: none"> <li>El teorema de Pitágoras y su recíproco</li> <li>Las propiedades de los triángulos semejantes</li> <li>Las propiedades de los triángulos congruentes</li> </ul>
Perímetro, área y volumen	Hallar el perímetro (circunferencia), el área de formas bidimensionales (2D) y el área y volumen de cuerpos tridimensionales (3D) regulares e irregulares Figuras combinadas
El plano cartesiano	Identificar los distintos componentes del plano cartesiano: ejes, origen, coordenadas $(x, y)$ y puntos Comprender y utilizar el plano cartesiano, elaborar gráficos y hallar las distancias entre puntos, hallar el punto medio de un segmento



Razones trigonométricas en triángulos rectángulos	Relacionar ángulos y lados de triángulos rectángulos utilizando seno, coseno y tangente  Resolver problemas en triángulos rectángulos usando razones trigonométricas
Transformaciones isométricas sencillas	Transformar una figura por rotación, simetría, traslación y homotecia
Geometría del círculo	Usar teoremas de los círculos para hallar: <ul style="list-style-type: none"> <li>• La longitud de cuerdas</li> <li>• Las medidas de ángulos y arcos</li> <li>• El perímetro y el área de sectores</li> </ul>
<b>Matemáticas (nivel avanzado)</b>	
Geometría de coordenadas tridimensionales	Fórmulas de distancia, sección y punto medio
Semejanza y congruencia	Justificar y demostrar empleando teoremas de semejanza y congruencia
Vectores y espacios vectoriales	Suma, resta y producto escalar de vectores de manera algebraica y gráfica  Producto punto o producto escalar
Teorema del seno y teorema del coseno	Utilizar el teorema del seno y el del coseno para resolver problemas
Relaciones trigonométricas	Usar relaciones trigonométricas sencillas para simplificar expresiones y resolver ecuaciones donde $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .  <b>Nota:</b> Se esperan las siguientes relaciones trigonométricas sencillas:  $\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$ $\text{tan}(x) = \text{sen}(x)/\text{cos}(x)$
Medida de ángulos	Convertir los ángulos de grados a radianes, y viceversa  Usar radianes para resolver problemas, cuando corresponda
Círculo de radio unidad o radio unitario	Hallar el valor exacto de las funciones trigonométricas de ángulos especiales

**Nota:** Los radianes no son obligatorios en Matemáticas (nivel general).

## Estadística y probabilidad

Esta rama de las matemáticas trata sobre la obtención, el análisis y la interpretación de datos cuantitativos y emplea la teoría de la probabilidad para estimar parámetros, establecer leyes empíricas, comprobar hipótesis y predecir sucesos.

Mediante el estudio de la estadística, los alumnos desarrollarán habilidades vinculadas con la obtención, organización y análisis de datos, lo cual les permitirá presentar la información de manera clara y encontrar patrones. Asimismo, desarrollarán habilidades de pensamiento crítico mediante las cuales podrán diferenciar lo que sucede en teoría (probabilidad) de lo que se observa (estadística).

Los alumnos comprenderán las posibilidades y limitaciones de la estadística, tomando conciencia de su empleo legítimo para fundamentar y cuestionar hipótesis, pero también reconociendo cómo puede emplearse para inducir a error, para rebatir opiniones y con fines propagandísticos.

Los alumnos deben utilizar estas habilidades en sus investigaciones y, se recomienda que usen las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) siempre que sea oportuno.

## Vínculos con conceptos del PAI

Los conceptos clave de otras asignaturas del PAI que pueden utilizarse en la rama de **estadística y probabilidad** incluyen: **comunicación** (representación, probabilidad de sucesos), **comunidades** (muestras, poblaciones), **conexiones** (probabilidad de pruebas sucesivas, medidas de tendencia central), **desarrollo** (probabilidad de pruebas sucesivas, muestreo de población), **interacciones globales** (muestreo de población, representaciones) y **sistemas** (probabilidad de sucesos, probabilidad condicionada). Los conceptos relacionados de Matemáticas del PAI que pueden utilizarse en esta rama incluyen: **cambio, cantidad, equivalencia, generalización, justificación, medición, modelo, patrón, representación, simplificación y sistema.**

Tema	Habilidades
<b>Matemáticas (nivel general y nivel avanzado)</b>	
Análisis gráfico y representación gráfica (gráficos de sectores, histogramas, gráficos de líneas, diagramas de dispersión, diagramas de caja y bigote)	Obtención de datos Trazar e interpretar gráficos Dibujar la recta de ajuste óptimo
Muestreo de población	Seleccionar muestras y hacer inferencias sobre poblaciones
Medidas de posición o tendencia central (media, moda, mediana, cuartil, percentil) de datos discretos y continuos	Calcular la media, la mediana y la moda, y elegir la mejor medida de tendencia central
Medidas de dispersión (rango, rango intercuartil) de datos discretos y continuos	Calcular el rango intercuartil
Probabilidad de un suceso Probabilidad de sucesos independientes, incompatibles (o mutuamente excluyentes) y combinados Probabilidad de pruebas sucesivas	Calcular las probabilidades de sucesos simples, con o sin reposición Calcular probabilidades de sucesos independientes, incompatibles (o mutuamente excluyentes) y combinados Resolver problemas usando diagramas de árbol o diagramas de Venn
<b>Matemáticas (nivel avanzado)</b>	
Desviación típica	Hacer inferencias sobre datos dada la media y la desviación típica
Probabilidad condicionada	Calcular la probabilidad condicionada

## Orientación específica

### Uso eficaz de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en Matemáticas

El uso adecuado de computadores, aplicaciones informáticas y calculadoras puede contribuir a la comprensión de los temas por parte de todos los alumnos. Según los recursos con los que cuente el colegio, las TIC deben utilizarse cuando resulten apropiadas:

- Como medio para ampliar los conocimientos que tienen los alumnos sobre el mundo en que viven
- Como vía para desarrollar conceptos y habilidades
- Como una poderosa herramienta de comunicación

Las TIC ofrecen una amplia variedad de recursos y aplicaciones que los profesores pueden explorar a fin de mejorar la enseñanza y el aprendizaje. En Matemáticas, pueden utilizarse como herramienta para realizar cálculos complejos, resolver problemas, dibujar gráficos e interpretar y analizar datos. También pueden resultar útiles para:

- Investigar datos y conceptos matemáticos
- Obtener respuestas rápidas al comprobar soluciones
- Observar patrones y hacer generalizaciones
- Cambiar de representaciones analíticas a representaciones gráficas y viceversa
- Visualizar transformaciones geométricas

Asimismo, el uso adecuado de las TIC puede contribuir al desarrollo de las habilidades de comunicación de los alumnos, ya que resultan de utilidad en la obtención, organización y análisis de la información, y en la presentación de los hallazgos.

No obstante, para que las TIC constituyan una herramienta útil en el aprendizaje, los alumnos deben estar familiarizados con los recursos y las aplicaciones, y saber cómo y cuándo utilizarlos. Los alumnos deben ser capaces de decidir cuándo resulta apropiado el uso de estas tecnologías y cuándo es mejor utilizar otros métodos, tales como papel y lápiz, cálculo mental o diagramas. Por lo tanto, es importante que los profesores les enseñen cómo emplear estos recursos de modo eficaz apoyando a la vez el desarrollo de sus habilidades intelectuales.

Las TIC pueden servir de apoyo a los alumnos con necesidades de apoyo para el aprendizaje que tengan dificultades para entender un concepto en particular o que requieran más práctica. También pueden plantear un desafío adicional a los alumnos superdotados y talentosos, permitiéndoles explorar otras ideas y conceptos. Las tecnologías adaptativas pueden ayudar a los alumnos con dificultades de aprendizaje graves a participar en la clase junto con sus compañeros. Para obtener más información sobre tecnologías adaptativas y adecuaciones inclusivas de evaluación, véase la sección dedicada a necesidades educativas especiales/educación inclusiva en el Centro pedagógico en línea (CPEL).

Dependiendo de las instalaciones y los recursos de cada colegio, se recomienda a los profesores que utilicen las TIC siempre que sea posible y adecuado como medio para reforzar el aprendizaje.

Algunos recursos de las TIC que se pueden emplear en matemáticas son:

- Bases de datos y hojas de cálculo
- Programas informáticos de trazado de gráficos
- Programas de geometría dinámica
- Programas de contenido matemático específico
- Calculadoras de pantalla gráfica
- Motores de búsqueda en Internet
- CD-ROM
- Procesadores de textos y programas de autoedición
- Organizadores gráficos
- Programas de cálculo simbólico

## Tareas de evaluación de Matemáticas del PAI

Por lo general, los criterios A, B y D evalúan distintos tipos de tareas. El criterio C se utiliza a menudo junto con el criterio B o el criterio D para evaluar respuestas e informes elaborados por los alumnos.

Criterio	Tareas de evaluación típicas	Notas
Criterio A (Conocimiento y comprensión)	Pruebas de clase Exámenes Trabajos que incluyen situaciones tanto conocidas como desconocidas	Los profesores que opten por utilizar los criterios A y B para una misma tarea deberán definir claramente qué aspectos de la tarea se evaluarán con cada criterio y asegurarse de que esta sea lo suficientemente rigurosa para que los alumnos puedan alcanzar los niveles más altos de ambos criterios.
Criterio B (Investigación de patrones)	Investigaciones matemáticas de cierta complejidad que permiten a los alumnos: <ul style="list-style-type: none"> <li>Elegir sus propias técnicas matemáticas</li> <li>Razonar de lo particular a lo general</li> </ul>	Las tareas pueden tener varias soluciones y deben potenciar el pensamiento matemático autónomo.
Criterio C (Comunicación)	Investigaciones y problemas de la vida real Informes que: <ul style="list-style-type: none"> <li>Requieren una estructura lógica</li> <li>Admiten diversas formas de representación para presentar información</li> </ul>	No es adecuado evaluar pruebas de examen con este criterio puesto que estas no permiten al alumno emplear una estructura lógica en la totalidad de su trabajo. El criterio C se utiliza para evaluar, por ejemplo, informes que requieren una estructura lógica y que admiten diversas formas de representación para presentar información.
Criterio D (Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real)	Oportunidades de usar conceptos matemáticos para resolver problemas de la vida real	Por ejemplo: tareas basadas en contextos reales que requieran usar modelos matemáticos o ajuste de curvas.  Las matemáticas pueden utilizarse para crear modelos de muchas situaciones (por ejemplo: pintar una habitación, analizar tarifas de teléfono móvil, triangulación, dietas, etc.).

## Correspondencia entre los objetivos específicos y los criterios de evaluación

En el PAI, la evaluación se corresponde estrechamente con el currículo escrito y enseñado. Cada aspecto de los objetivos específicos de Matemáticas del PAI se corresponde con un aspecto de los criterios de evaluación de este grupo de asignaturas. La figura 3 ilustra esta correspondencia y la creciente complejidad de los requisitos que deben cumplir los alumnos en los niveles de logro superiores.

### Criterio A : Conocimiento y comprensión

Al final del quinto año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas
- ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas
- iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas sencillos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ul>
3-4	El alumno es capaz de: <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas más complejos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ul>
5-6	El alumno es capaz de: <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ul>
7-8	El alumno es capaz de: <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones tanto conocidas como desconocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ul>

Figura 3

Correspondencia entre los objetivos específicos y los criterios de evaluación de Matemáticas

## Resumen de los criterios de evaluación

La evaluación de los cursos de Matemáticas en todos los años del programa se basa en cuatro criterios que tienen la misma ponderación:

<b>Criterio A</b>	Conocimiento y comprensión	<b>Máximo 8</b>
<b>Criterio B</b>	Investigación de patrones	<b>Máximo 8</b>
<b>Criterio C</b>	Comunicación	<b>Máximo 8</b>
<b>Criterio D</b>	Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real	<b>Máximo 8</b>

Los grupos de asignaturas **deben** abordar **todos** los aspectos de **todos** los criterios de evaluación **al menos dos veces** en cada año del PAI.

En el PAI, los objetivos específicos de los grupos de asignaturas se corresponden con los criterios de evaluación. Cada criterio tiene nueve niveles de logro posibles (0-8), divididos en cuatro bandas que generalmente representan un desempeño limitado (1-2), adecuado (3-4), considerable (5-6) y excelente (7-8). Cada banda tiene su propio descriptor, y los profesores utilizan su juicio profesional para determinar cuál de los descriptores refleja más adecuadamente los progresos y logros de los alumnos.

Esta guía incluye los **criterios de evaluación que deben utilizarse** en el primer, tercer y quinto año de Matemáticas del PAI. A fin de cumplir con los requisitos nacionales o locales, los colegios pueden añadir otros criterios y emplear modelos de evaluación adicionales, pero deben utilizar los criterios de evaluación adecuados tal como aparecen publicados en esta guía para determinar los niveles de logro finales de los alumnos en el programa.

Los profesores clarifican lo que se espera de los alumnos en cada tarea de evaluación sumativa haciendo referencias directas a estos criterios de evaluación. Las aclaraciones específicas de cada tarea deben explicar claramente lo que se espera que sepan y hagan los alumnos. Esto puede hacerse mediante:

- Una versión de los criterios de evaluación adecuados adaptada a la tarea
- Una explicación a la clase, ya sea de manera presencial o virtual
- Instrucciones detalladas para la tarea

# Criterios de evaluación de Matemáticas: primer año

## Criterio A: Conocimiento y comprensión

### Máximo: 8

Al final del primer año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas
- ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas
- iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas sencillos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas más complejos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones tanto conocidas como desconocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>



## Criterio B: Investigación de patrones

**Máximo: 8**

Al final del primer año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Aplicar técnicas matemáticas de resolución de problemas para reconocer patrones
- ii. Describir patrones como relaciones o reglas generales coherentes con hallazgos correctos
- iii. Verificar si el patrón se cumple con otros ejemplos

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para reconocer <b>patrones sencillos, con ayuda del profesor</b></li> <li>ii. <b>Indicar predicciones</b> coherentes con patrones sencillos</li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para reconocer <b>patrones</b></li> <li>ii. <b>Sugerir</b> en qué consisten estos patrones</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para reconocer <b>patrones</b></li> <li>ii. <b>Sugerir</b> relaciones o reglas generales coherentes con los hallazgos</li> <li>iii. Verificar si los patrones se cumplen con <b>otro ejemplo</b></li> </ol>
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Seleccionar y aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para reconocer <b>patrones correctos</b></li> <li>ii. <b>Describir patrones como relaciones</b> o reglas generales coherentes con <b>hallazgos correctos</b></li> <li>iii. Verificar si los patrones se cumplen con <b>otros ejemplos</b></li> </ol>

**Nota:** Una tarea se considera demasiado guiada si no permite a los alumnos seleccionar una técnica de resolución de problemas; en tales casos, los alumnos del primer y segundo año podrán alcanzar como máximo el nivel de logro 6.

## Criterio C: Comunicación

### Máximo: 8

Al final del primer año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Usar lenguaje matemático apropiado (notación, símbolos y terminología) en enunciados tanto orales como escritos
- ii. Usar diferentes formas de representación matemática para presentar información
- iii. Comunicar líneas de razonamiento matemático coherentes
- iv. Organizar información empleando una estructura lógica

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar lenguaje matemático <b>limitado</b></li> <li>ii. Usar <b>formas</b> de representación matemática <b>limitadas</b> para presentar información</li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento que son <b>difíciles de entender</b></li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>cierto</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar <b>diferentes formas</b> de representación matemática para presentar información <b>adecuadamente</b></li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento que son comprensibles, aunque <b>no siempre coherentes</b></li> <li>iv. <b>Organizar</b> información <b>adecuadamente</b> empleando una estructura lógica</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>normalmente</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar normalmente <b>diferentes formas</b> de representación matemática para presentar información <b>correctamente</b></li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento que <b>normalmente</b> son <b>coherentes</b></li> <li>iv. <b>Presentar</b> su trabajo <b>organizado normalmente</b> empleando una estructura lógica</li> </ol>
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>sistemáticamente</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar sistemáticamente <b>diferentes formas</b> de representación matemática para presentar información <b>correctamente</b></li> <li>iii. Comunicar <b>con claridad</b> líneas de razonamiento <b>coherentes</b></li> <li>iv. <b>Presentar</b> su trabajo <b>organizado sistemáticamente</b> empleando una estructura lógica</li> </ol>

## Crterio D: Aplicaci3n de las matemáticas en contextos de la vida real

**Máximo: 8**

Al final del primer a3o, el alumno deber3 ser capaz de:

- i. Identificar elementos pertinentes de situaciones de la vida real
- ii. Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para resolver situaciones de la vida real
- iii. Aplicar debidamente las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una soluci3n
- iv. Explicar el grado de precisi3n de una soluci3n
- v. Describir si una soluci3n tiene sentido en el contexto de la situaci3n de la vida real

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuaci3n.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar <b>algunos</b> elementos de la situaci3n de la vida real</li> <li>ii. Aplicar estrategias matemáticas para <b>hallar una soluci3n</b> a la situaci3n de la vida real, <b>aunque de modo poco eficaz</b></li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situaci3n de la vida real</li> <li>ii. Aplicar estrategias matemáticas para <b>llegar a una soluci3n</b> a la situaci3n de la vida real</li> <li>iii. <b>Indicar, aunque no siempre correctamente</b>, si la soluci3n tiene sentido en el contexto de la situaci3n de la vida real</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situaci3n de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas <b>adecuadas</b> para modelizar la situaci3n de la vida real</li> <li>iii. Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para <b>llegar a una soluci3n v3lida</b> a la situaci3n de la vida real</li> <li>iv. <b>Describir</b> el grado de precisi3n de la soluci3n</li> <li>v. <b>Indicar correctamente</b> si la soluci3n tiene sentido en el contexto de la situaci3n de la vida real</li> </ol>

Nivel de logro	Descriptor de nivel
7-8	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situación de la vida real</li><li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas <b>adecuadas</b> para modelizar la situación de la vida real</li><li>iii. Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para <b>llegar a una solución correcta</b> a la situación de la vida real</li><li>iv. <b>Explicar</b> el grado de precisión de la solución</li><li>v. <b>Describir correctamente</b> si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li></ul>

# Criterios de evaluación de Matemáticas: tercer año

## Criterio A: Conocimiento y comprensión

### Máximo: 8

Al final del tercer año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas
- ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas
- iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas sencillos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas más complejos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones tanto conocidas como desconocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>

## Criterio B: Investigación de patrones

### Máximo: 8

Al final del tercer año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Seleccionar y aplicar técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir patrones complejos
- ii. Describir patrones como relaciones y/o reglas generales coherentes con los hallazgos
- iii. Verificar y justificar relaciones y/o reglas generales

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones sencillos, con ayuda del profesor</b></li> <li>ii. <b>Indicar predicciones</b> coherentes con los patrones</li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones sencillos</b></li> <li>ii. <b>Sugerir relaciones</b> y/o reglas generales coherentes con los <b>hallazgos</b></li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Seleccionar y aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones complejos</b></li> <li>ii. <b>Describir patrones</b> como relaciones y/o reglas generales coherentes con los <b>hallazgos</b></li> <li>iii. <b>Verificar</b> estas relaciones y/o reglas generales</li> </ol>
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Seleccionar y aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones complejos</b></li> <li>ii. <b>Describir patrones</b> como relaciones y/o reglas generales coherentes con <b>hallazgos correctos</b></li> <li>iii. <b>Verificar y justificar</b> estas relaciones y/o reglas generales</li> </ol>

**Nota:** Una tarea se considera demasiado guiada si no permite a los alumnos seleccionar una técnica de resolución de problemas; en tales casos, los alumnos del tercer año en adelante podrán alcanzar como máximo el nivel de logro 4. No obstante, los profesores deben proporcionar suficientes instrucciones para que todos los alumnos puedan iniciar la investigación.

Del tercer año en adelante, los alumnos que describan una regla general de acuerdo con hallazgos incorrectos podrán alcanzar como máximo el nivel de logro 6, siempre y cuando esta regla posea un nivel de complejidad equivalente.

## Criterio C: Comunicación

### Máximo: 8

Al final del tercer año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Usar lenguaje matemático apropiado (notación, símbolos y terminología) en explicaciones tanto orales como escritas
- ii. Usar diferentes formas de representación matemática para presentar información
- iii. Cambiar de unas formas de representación matemática a otras
- iv. Comunicar líneas de razonamiento matemático completas y coherentes
- v. Organizar información empleando una estructura lógica

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar lenguaje matemático <b>limitado</b></li> <li>ii. Usar <b>formas</b> de representación matemática <b>limitadas</b> para presentar información</li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento que son <b>difíciles de interpretar</b></li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>cierto</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar <b>diferentes formas</b> de representación matemática para presentar información <b>adecuadamente</b></li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento que son <b>comprensibles</b>, aunque <b>no siempre claras</b></li> <li>iv. <b>Organizar</b> información <b>adecuadamente</b> empleando una estructura lógica</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>normalmente</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar <b>normalmente diferentes formas</b> de representación matemática para presentar información <b>correctamente</b></li> <li>iii. Cambiar de unas formas de representación matemática a otras <b>con cierta eficacia</b></li> <li>iv. Comunicar líneas de razonamiento que son <b>claras</b>, aunque <b>no siempre coherentes o completas</b></li> <li>v. <b>Presentar</b> su trabajo <b>organizado normalmente</b> empleando una estructura lógica</li> </ol>

Nivel de logro	Descriptor de nivel
7-8	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>sistemáticamente</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar <b>diferentes formas</b> de representación matemática para presentar información <b>correctamente</b> de manera sistemática</li> <li>iii. Cambiar de unas formas de representación matemática a otras <b>eficazmente</b></li> <li>iv. Comunicar líneas de razonamiento <b>completas y coherentes</b></li> <li>v. <b>Presentar</b> su trabajo <b>organizado sistemáticamente</b> empleando una estructura lógica</li> </ul>

## Criterio D: Aplicación de las matemáticas en contextos de la vida real

### Máximo: 8

Al final del tercer año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Identificar elementos pertinentes de situaciones de la vida real
- ii. Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para resolver situaciones de la vida real
- iii. Aplicar debidamente las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una solución
- iv. Explicar el grado de precisión de una solución
- v. Explicar si una solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar <b>algunos</b> elementos de la situación de la vida real</li> <li>ii. Aplicar estrategias matemáticas para <b>hallar una solución</b> a la situación de la vida real, <b>aunque de modo poco eficaz</b></li> </ul>
3-4	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situación de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar <b>con cierta eficacia</b> estrategias matemáticas adecuadas para modelizar la situación de la vida real</li> <li>iii. Aplicar estrategias matemáticas para <b>llegar a una solución</b> a la situación de la vida real</li> <li>iv. <b>Describir</b> si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li> </ul>



Nivel de logro	Descriptor de nivel
5-6	<p>El alumno es capaz de:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situación de la vida real</li><li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas <b>adecuadas</b> para modelizar la situación de la vida real</li><li>iii. Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para <b>llegar a una solución válida</b> a la situación de la vida real</li><li>iv. <b>Describir</b> el grado de precisión de la solución</li><li>v. <b>Discutir</b> si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li></ol>
7-8	<p>El alumno es capaz de:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situación de la vida real</li><li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas <b>apropiadas</b> para modelizar la situación de la vida real</li><li>iii. Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para <b>llegar a una solución correcta</b></li><li>iv. <b>Explicar</b> el grado de precisión de la solución</li><li>v. <b>Explicar</b> si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li></ol>

# Criterios de evaluación de Matemáticas: quinto año

## Criterio A: Conocimiento y comprensión

### Máximo: 8

Al final del quinto año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver problemas en situaciones tanto conocidas como desconocidas
- ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver problemas
- iii. Resolver problemas correctamente en una variedad de contextos

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas sencillos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas más complejos</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones conocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Seleccionar las matemáticas apropiadas para resolver <b>problemas que plantean un desafío</b> en <b>situaciones tanto conocidas como desconocidas</b></li> <li>ii. Aplicar debidamente las matemáticas seleccionadas para resolver estos problemas</li> <li>iii. Por lo general, resolver estos problemas correctamente</li> </ol>

## Criterio B: Investigación de patrones

### Máximo: 8

Al final del quinto año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Seleccionar y aplicar técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir patrones complejos
- ii. Describir patrones como reglas generales coherentes con los hallazgos
- iii. Demostrar, o verificar y justificar, reglas generales

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones sencillos, con ayuda del profesor</b></li> <li>ii. <b>Indicar</b> predicciones coherentes con los patrones</li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones sencillos</b></li> <li>ii. <b>Sugerir reglas generales</b> coherentes con los <b>hallazgos</b></li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Seleccionar y aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones complejos</b></li> <li>ii. <b>Describir patrones</b> como reglas generales coherentes con los <b>hallazgos</b></li> <li>iii. <b>Verificar</b> la validez de estas reglas generales</li> </ol>
7-8	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. <b>Seleccionar y aplicar</b> técnicas matemáticas de resolución de problemas para descubrir <b>patrones complejos</b></li> <li>ii. <b>Describir patrones</b> como reglas generales coherentes con <b>hallazgos correctos</b></li> <li>iii. <b>Demostrar, o verificar y justificar</b>, estas reglas generales</li> </ol>

**Nota:** Una tarea se considera demasiado guiada si no permite a los alumnos seleccionar una técnica de resolución de problemas; en tales casos, los alumnos del quinto año podrán alcanzar como máximo el nivel de logro 4. No obstante, los profesores deben proporcionar suficientes instrucciones para que todos los alumnos puedan iniciar la investigación.

En el quinto año, los alumnos que describan una regla general de acuerdo con hallazgos incorrectos podrán alcanzar como máximo el nivel de logro 6, siempre y cuando esta regla posea un nivel de complejidad equivalente.

## Criterio C: Comunicación

### Máximo: 8

Al final del quinto año, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Usar lenguaje matemático apropiado (notación, símbolos y terminología) en explicaciones tanto orales como escritas
- ii. Usar formas de representación matemática apropiadas para presentar información
- iii. Cambiar de unas formas de representación matemática a otras
- iv. Comunicar líneas de razonamiento matemático completas, coherentes y concisas
- v. Organizar información empleando una estructura lógica

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1-2	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar lenguaje matemático <b>limitado</b></li> <li>ii. Usar <b>formas</b> de representación matemática <b>limitadas</b> para presentar información</li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento que son <b>difíciles de interpretar</b></li> </ol>
3-4	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>cierto</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar <b>formas</b> de representación matemática <b>apropiadas</b> para presentar información <b>adecuadamente</b></li> <li>iii. Comunicar líneas de razonamiento <b>completas</b></li> <li>iv. <b>Organizar</b> información <b>adecuadamente</b> empleando una estructura lógica</li> </ol>
5-6	El alumno es capaz de: <ol style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>normalmente</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar <b>normalmente formas</b> de representación matemática <b>apropiadas</b> para presentar información <b>correctamente</b></li> <li>iii. Cambiar <b>normalmente</b> de unas formas de representación matemática a otras</li> <li>iv. Comunicar líneas de razonamiento <b>completas y coherentes</b></li> <li>v. <b>Presentar</b> su trabajo <b>organizado normalmente</b> empleando una estructura lógica</li> </ol>

Nivel de logro	Descriptor de nivel
7-8	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Usar <b>sistemáticamente</b> lenguaje matemático <b>apropiado</b></li> <li>ii. Usar <b>formas</b> de representaci3n matemática <b>apropiadas</b> para presentar informaci3n <b>correctamente</b> de manera sistemática</li> <li>iii. Cambiar de unas formas de representaci3n matemática a otras <b>eficazmente</b></li> <li>iv. Comunicar líneas de razonamiento <b>completas, coherentes y concisas</b></li> <li>v. <b>Presentar</b> su trabajo <b>organizado sistemáticamente</b> empleando una estructura l3gica</li> </ul>

## Crterio D: Aplicaci3n de las matemáticas en contextos de la vida real

### Máximo: 8

Al final del quinto a5o, el alumno deberá ser capaz de:

- i. Identificar elementos pertinentes de situaciones de la vida real
- ii. Seleccionar estrategias matemáticas apropiadas para resolver situaciones de la vida real
- iii. Aplicar debidamente las estrategias matemáticas seleccionadas para llegar a una soluci3n
- iv. Justificar el grado de precisi3n de una soluci3n
- v. Justificar si una soluci3n tiene sentido en el contexto de la situaci3n de la vida real

Nivel de logro	Descriptor de nivel
0	El alumno no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuaci3n.
1-2	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar <b>algunos</b> elementos de la situaci3n de la vida real</li> <li>ii. Aplicar estrategias matemáticas para <b>hallar una soluci3n</b> a la situaci3n de la vida real, <b>aunque de modo poco eficaz</b></li> </ul>
3-4	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situaci3n de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar <b>con cierta eficacia</b> estrategias matemáticas <b>adecuadas</b> para modelizar la situaci3n de la vida real</li> <li>iii. Aplicar estrategias matemáticas para <b>llegar a una soluci3n</b> a la situaci3n de la vida real</li> <li>iv. <b>Discutir</b> si la soluci3n tiene sentido en el contexto de la situaci3n de la vida real</li> </ul>

Nivel de logro	Descriptor de nivel
5-6	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situación de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas <b>adecuadas</b> para modelizar la situación de la vida real</li> <li>iii. Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para <b>llegar a una solución válida</b> a la situación de la vida real</li> <li>iv. <b>Explicar</b> el grado de precisión de la solución</li> <li>v. <b>Explicar</b> si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li> </ul>
7-8	<p>El alumno es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>i. Identificar los elementos <b>pertinentes</b> de la situación de la vida real</li> <li>ii. Seleccionar estrategias matemáticas <b>apropiadas</b> para modelizar la situación de la vida real</li> <li>iii. Aplicar las estrategias matemáticas seleccionadas para <b>llegar a una solución correcta</b> a la situación de la vida real</li> <li>iv. <b>Justificar</b> el grado de precisión de la solución</li> <li>v. <b>Justificar</b> si la solución tiene sentido en el contexto de la situación de la vida real</li> </ul>

## Evaluación electrónica

Los alumnos que deseen obtener el **documento de resultados del PAI del IB** para Matemáticas del PAI deben realizar un examen en pantalla en el que demuestren haber cumplido los objetivos específicos del grupo de asignaturas. Los resultados satisfactorios pueden contribuir a la obtención del **certificado del PAI del IB** por parte de los alumnos. Esta verificación del aprendizaje garantiza la aplicación coherente de estándares adecuados, como se explica en la publicación *Guía para la evaluación electrónica del PAI*.

## Conceptos relacionados de Matemáticas

Concepto relacionado	Definición
<b>Cambio</b>	Variación de tamaño, cantidad o comportamiento.
<b>Cantidad</b>	Cuantía o número.
<b>Equivalencia</b>	Calidad de idéntico o intercambiable, aplicada a enunciados, cantidades o expresiones.
<b>Espacio</b>	Marco de dimensiones geométricas que describe una entidad.
<b>Generalización</b>	Enunciado general formulado sobre la base de ejemplos específicos.
<b>Justificación</b>	Razones o pruebas válidas utilizadas para respaldar un enunciado.
<b>Medición</b>	Método para determinar una cantidad, capacidad o dimensión empleando una unidad definida.
<b>Modelo</b>	Representación de un suceso de la vida real mediante expresiones, ecuaciones o gráficos.
<b>Patrón</b>	Conjunto de números u objetos que siguen un orden o una regla concretos.
<b>Representación</b>	Manera en que se presenta algo.
<b>Simplificación</b>	Proceso de reducción a una forma más sencilla.
<b>Sistema</b>	Grupo de elementos interrelacionados.



# Glosario de Matemáticas

Término	Definición
<b>Ayuda del profesor</b>	Asesoramiento que el profesor da al alumno para ayudarlo con elementos de la tarea (por ejemplo, para que el alumno pueda comenzar a resolver el problema).
<b>Comprobar</b>	Verificar si una regla se cumple con una variedad de valores.
<b>Contexto</b>	Entorno en el que el problema está planteado.
<b>Demostración</b>	Uso de una secuencia de pasos lógicos para obtener el resultado requerido de un modo formal.
<b>Estructura lógica</b>	Organización general del trabajo del alumno que evita tener que ir y venir entre este y las instrucciones para la tarea, así como entre distintas partes del trabajo, para poder entender y seguir su contenido.
<b>Forma</b>	Este concepto se refiere a la comprensión de que la estructura subyacente y la configuración de una entidad se distinguen por sus propiedades. La forma ofrece a los alumnos oportunidades de apreciar la naturaleza estética de los constructos utilizados en las matemáticas.
<b>Formas de representación matemática</b>	Palabras, fórmulas, diagramas, tablas, cuadros, gráficos y modelos utilizados para representar información matemática.
<b>Investigación</b>	Tarea en la que, en distintos grados, se brindan oportunidades a los alumnos para plantear preguntas, seleccionar técnicas de resolución de problemas, descubrir patrones, hacer generalizaciones y comunicar sus hallazgos.
<b>Justificación</b>	Razones o pruebas válidas que respaldan la conclusión y explican por qué funciona la regla.
<b>Lenguaje matemático</b>	Uso de notación, símbolos, terminología y explicaciones verbales.
<b>Línea de razonamiento</b>	Secuencia de pasos conectados.
<b>Lógica</b>	Es la herramienta básica utilizada en matemáticas para extraer conclusiones sobre números, formas y variables. La lógica estructura el proceso de razonamiento mediante el cual se construye el conocimiento. Permite a los alumnos evaluar la verdad de las conclusiones y transferir a otras situaciones lo que aprenden en matemáticas.
<b>Modelizar</b>	Representar.
<b>Patrón</b>	Orden subyacente, regularidad o predictibilidad de los elementos de un sistema matemático. Las características que se repiten en los patrones se pueden identificar y describir como relaciones o reglas generales.
<b>Problema que plantea un desafío</b>	Problema de gran complejidad que requiere que los alumnos tengan perspicacia para usar los conocimientos o habilidades matemáticos enseñados.

<b>Término</b>	<b>Definición</b>
<b>Prueba de unidad</b>	Prueba de examen compuesta por temas de una sola rama del marco general de Matemáticas.
<b>Relaciones</b>	Este concepto se refiere a las conexiones existentes entre cantidades, propiedades o conceptos; estas conexiones pueden expresarse en forma de modelos, reglas o enunciados. Las relaciones ofrecen a los alumnos oportunidades de explorar patrones en el mundo que los rodea.
<b>Situación conocida</b>	Problema similar a otros que los alumnos ya han visto con anterioridad en el que tienen que utilizar los conocimientos o las habilidades que han adquirido.
<b>Situación de la vida real</b>	Situación pertinente, significativa y basada en la realidad.
<b>Situación desconocida</b>	Contexto nuevo en el que los alumnos tienen que usar los conocimientos o las habilidades que han adquirido.
<b>Solución válida</b>	Solución plausible en el contexto de la situación.
<b>Técnicas de resolución de problemas</b>	Estrategias que usan los alumnos para resolver problemas (por ejemplo: crear una tabla o cuadro, resolver un problema más sencillo, trabajar en orden inverso, hacer un dibujo, hacer conjeturas y verificarlas, etc.).

## Términos de instrucción del PAI en Matemáticas

Término	Definición
<b>Aplicar</b>	Utilizar los conocimientos y la comprensión como respuesta a una situación determinada o a circunstancias reales. Utilizar una idea, ecuación, principio, teoría o ley con relación a una cuestión o problema determinados.
<b>Comunicar</b>	Expresarse de una manera que resulte clara y fácil de entender. Transmitir información sobre el intercambio de ideas, mensajes o datos, por ejemplo, oralmente, mediante señales, por escrito o con el comportamiento.
<b>Demostrar</b>	Probar o aclarar mediante razonamientos o datos, ilustrando con ejemplos o aplicaciones prácticas.  <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar una secuencia de pasos lógicos para obtener el resultado requerido de un modo formal.</li> </ul>
<b>Describir</b>	Exponer detalladamente una situación, evento, patrón o proceso.
<b>Discutir</b>	Presentar una crítica equilibrada y bien fundamentada que incluye una serie de argumentos, factores o hipótesis. Las opiniones o conclusiones deberán presentarse de forma clara y justificarse mediante pruebas adecuadas.
<b>Explicar</b>	Exponer detalladamente las razones o causas de algo.
<b>Identificar</b>	Dar una respuesta entre un número de posibilidades. Reconocer e indicar brevemente una característica o dato distintivo.
<b>Indicar</b>	Especificar un nombre, un valor o cualquier otro tipo de respuesta corta sin aportar explicaciones ni cálculos.
<b>Justificar</b>	Proporcionar razones o pruebas válidas que respalden una respuesta o conclusión.
<b>Resolver</b>	Obtener la respuesta (o respuestas) utilizando métodos algebraicos, numéricos o gráficos.
<b>Seleccionar</b>	Elegir de una lista o grupo.
<b>Sugerir</b>	Proponer una solución, una hipótesis u otra posible respuesta.
<b>Usar</b>	Poner en práctica la teoría mediante la aplicación de conocimientos y reglas.
<b>Verificar</b>	Proporcionar pruebas que validen el resultado.

## Lecturas seleccionadas

BOALER, J. "The Role of Contexts in the Mathematics Classroom: Do They Make Mathematics More 'Real'?". *For the Learning of Mathematics*. 1993. Vol. 13, núm. 2, p. 12-17.

BRIDGES, J. *The Life and Work of Roger Bacon: An Introduction to the Opus Majus*. Londres (Reino Unido): Williams & Norgate, 1914.

FENNELL, F.; ROWAN, T. "Representation: An important process for teaching and learning mathematics". *Teaching Children Mathematics*. 2001. Vol. 7, núm. 5, p. 288.

HARRIS, K. et al. "Curriculum materials supporting problem-based teaching". *School Science and Mathematics*. 2001. Vol. 101, núm. 6, p. 310-318.

KANTROV, I. *Assessing students' mathematics learning. K-12 Mathematics Curriculum Center Issues Paper Series*. Newton, Massachusetts (EE. UU.): Education Development Center, Inc., 2000.

KEISER, J. "The role of definition". *Mathematics Teaching in the Middle School*. 2000. Vol. 5, núm. 8, p. 506-511.

KENDAL, M.; STACEY, K. "The impact of teacher privileging on learning differentiation with technology". *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 2001. Vol. 6, núm. 2, p. 143-165.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. "Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving". En: Janvier, C. (ed.). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale, Nueva Jersey (EE. UU.): Lawrence Erlbaum Associates, 1987. P. 33-40.

MEYER, M.; DECKER, T.; QUERELLE, N. "Context in mathematics curricula". *Mathematics Teaching in the Middle School*. 2001. Vol. 6, núm. 9, p. 522-527.

MOSKAL, B. "Understanding student responses to open-ended tasks". *Mathematics Teaching in the Middle School*. 2000. Vol. 5, núm. 8, p. 500-505.

SCHOENFELD, A. "Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity". *Educational Researcher*. 2002. Vol. 31, núm. 1, p. 13-25.

SULLIVAN, P. *Teaching Mathematics: Using Research-informed Strategies*. Camberwell, Victoria (Australia): ACER Press, 2011.

WATSON, A.; JONES, K.; PRATT, D. *Key Ideas in Teaching Mathematics: Research-based Guidance for Ages 9-19*. Oxford (Reino Unido): Oxford University Press, 2013.